Trabajo Final de Máster

Mejora de una unidad didáctica sobre Programación Lineal

Marisol Díaz Porcar

Máster Universitario en Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas.

Especialidad: Matemáticas

Curso 2014/2015

Tutor UJI: Pablo Juan Verdoy

RESUMEN

El presente Trabajo de Final de Máster se encuentra dentro del Máster en Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas, en la especialidad de Matemáticas. La modalidad llevada a cabo es la **mejora educativa** de una unidad didáctica sobre *Programación Lineal.*

El trabajo consiste en desarrollar una unidad didáctica para dar respuesta a la problemática detectada en la primera fase del *"Prácticum"*. Durante la segunda fase del *"Prácticum"* se implementan las mejoras desarrolladas y se evalúa el conocimiento adquirido por los alumnos, además de la reflexión acerca de los resultados obtenidos y sobre aspectos a mejorar en un futuro para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje.

A partir de la introducción de las propuestas de mejora se pretende incorporar las nuevas tecnologías en la enseñanza y diferentes metodologías didácticas, como el trabajo en grupo.

El principal objetivo al incorporar estos cambios, además de favorecer el proceso de aprendizaje, es aumentar la motivación del alumnado.

Los resultados obtenidos tras implantar las mejoras didácticas muestran que el proceso de aprendizaje ha mejorado positivamente, habiendo superado los objetivos establecidos. Sin embargo, se detectan posibles mejoras a introducir en un futuro sobre aspectos en las sesiones de trabajo grupal y con las nuevas tecnologías.

Contenido

ÍNDICE DE TABLAS

ÍNDICE DE GRÁFICAS

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

1. INTRODUCCIÓN

En el presente documento se comenta la mejora educativa sobre una *unidad didáctica de programación lineal* aplicada al curso de 2º de Bachillerato.

La mejora educativa se implanta después de detectar varias áreas problemáticas durante la primera fase de estancia en prácticas tal y como se aborda en el estado de la cuestión.

Una vez analizado el contexto educativo, se estudia la problemática observada, a partir de la cual, se comentan diferentes propuestas de mejora en base a varias referencias bibliográficas.

Así pues, una vez definida el área de actuación se establecen los objetivos a conseguir con el presente proyecto, teniendo en cuenta los objetivos didácticos, además de las competencias básicas propuestas por la legislación vigente y los diferentes contenidos llevados a cabo.

Después se detalla la implementación de las mejoras a través de las diferentes actividades realizadas durante las sesiones. Son muchos los posibles recursos didácticos que podemos usar en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, además del tradicional libro de texto y la pizarra, durante la implementación de la unidad didáctica se utilizan diversos recursos, como colecciones de ejercicios, qué, al finalizar el tema los alumnos pueden encontrar resueltas por la profesora en prácticas en el aula virtual de la asignatura (Ver anexos), programas informáticos que facilitan el trabajo en la resolución de problemas, además de metodologías de trabajo en grupo.

Durante el desarrollo de la unidad didáctica se tienen en cuenta diversas medidas de atención a la diversidad, tanto a nivel específico para cada actividad como en general.

A continuación se contempla el plan de evaluación seguido durante las actividades, se intenta que sea lo más objetivo posible con el uso de rúbricas evaluativas, además de valorar contenidos también se tiene en cuenta la actitud del alumnado.

Una vez concluida la impartición de la unidad didáctica y tras finalizar el proceso de evaluación se analiza el cambio realizado, comparando los resultados académicos obtenidos a lo largo del curso. Tras esta observación también se proponen nuevas propuestas de mejora a implantar en un futuro, para conseguir una sucesiva mejora en el proceso enseñanza-aprendizaje y obtener el máximo rendimiento del alumnado, aparte de su total participación e involucración en dicho proceso.

Para finalizar con la valoración de las diferentes conclusiones obtenidas tras implantar el proceso de innovación. El docente debe tener en cuenta el objetivo último que persigue la innovación educativa (Albadalejo, 2011) qué es introducir, en una línea renovadora, nuevos proyectos y programas, materiales curriculares, estrategias de enseñanza y aprendizaje, modelos didácticos y otra forma de organizar y gestionar no solo el currículo, también los centros educativos y la dinámica del aula.

2. CONTENIDO

A continuación se desarrolla la memoria sobre el Trabajo Final de Máster en el que se tienen en cuenta diferentes aspectos tratados durante el curso del mismo. A través del estado de la cuestión se expone la problemática encontrada en el centro de realización de las prácticas, *IES El Caminàs (Castellón de la Plana)*, mediante el análisis del contexto, se aplica una propuesta de mejora para superar los objetivos establecidos.

2.1. ESTADO DE LA CUESTIÓN

Como estado de la cuestión, en el presente trabajo se trata de implementar una mejora de la unidad didáctica de programación lineal para el 2º curso de Bachillerato en el IES El Caminàs.

Durante la fase de observación se detectan varias áreas **problemáticas** que se comentarán posteriormente. Así pues se decide realizar un **cambio de metodología** para incidir tanto en los resultados académicos de los alumnos como en su actitud frente a la asignatura.

Para ello, se cree esencial complementar la metodología tradicional con métodos innovadores. El profesor actual vive en una sociedad en constante evolución, lo que Vásquez (2008) denomina *"modernidad líquida",* se produce una transformación constante de la sociedad, en todos los aspectos. Por tanto el docente debe estar a la vanguardia de la innovación pedagógica para poder hacer frente a estos continuos cambios.

Al hablar sobre **innovación didáctica** en el proceso educativo, se ha de tener en cuenta que el objetivo de la intervención docente (Albadalejo, 2011), consiste en alcanzar un *aprendizaje significativo*. Como ya propone Ausubel (1983), el docente debe actuar como guía, para que el alumno interiorice los conocimientos a partir del propio descubrimiento, cuando él es el protagonista de su propio aprendizaje, es cuando se produce la verdadera transferencia de conocimiento y por tanto un aprendizaje significativo.

Para obtener este aprendizaje, es importante que el docente tenga en cuenta aspectos como:

- La necesidad de partir del nivel de desarrollo del alumno.
- El nivel de competencia cognitiva y de los conocimientos que ha construido anteriormente el alumno.
- La intervención educativa debe tener como objetivo posibilitar que los alumnos realicen aprendizajes significativos por sí solos.
- El aprendizaje significativo supone modificar esquemas de conocimiento que el alumno ya posee.
- El aprendizaje significativo supone una intensa actividad por parte del alumno. El alumno es quien construye, modifica y coordina sus esquemas y, por tanto, es el verdadero artífice de su proceso de aprendizaje.

Así pues, a través del análisis de la problemática y la búsqueda de información, en los siguientes apartados se muestra la aplicación de la mejora didáctica y los resultados obtenidos.

2.2. CONTEXTO EDUCATIVO

Entorno sociocultural y escolar

El **Instituto de Educación Secundaria EL CAMINÀS** (Castellón de la Plana) se fundó en el año 1981, en aquel momento estaba dedicado a la Formación Profesional, rama que ha consolidado a lo largo de estos años, siendo un centro de referencia en la provincia. Actualmente convergen en el centro varias ramas educativas: *Educación Secundaria Obligatoria, Bachillerato y Ciclos Formativos de Grado Medio y Superior.*

Ilustración 1: Instituto de Educación Secundaria EL CAMINÀS

El centro tiene una amplia y variada oferta educativa, por tanto acoge en sus aulas a una gran diversidad de alumnado. En general, los estudiantes de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato proceden de los barrios cercanos al centro, los *Colegios Blasco Ibáñez y Fadrell*, que están adscritos al centro. En cambio, el alumnado de Ciclos Formativos no tiene una procedencia geográfica definida, ya que, debido a la oferta de estudios, proceden de distintos lugares de Castellón y provincia. Por tanto, la situación socioeconómica y cultural del alumnado es muy variada, de esta forma se obtiene un centro educativo heterogéneo, plural y abierto.

Se imparten clases en tres horarios diferentes: diurno, vespertino y nocturno; la estancia en prácticas se realiza en horario diurno, de 8:30 a 14:10. Es en este horario, cuando se puede observar la gran diversidad de alumnos presentes.

También se observa diversidad en cuanto a la procedencia geográfica del alumnado, en el centro se encuentran integrados los alumnos inmigrantes y de otras culturas a través de los diversos programas que se llevan a cabo.

Análisis del contexto del grupo de 2ºBachillerato: destinatarios del proyecto

El grupo que forma la clase de 2º Bachillerato de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales en el *IES El Caminàs*, está formado por 8 alumnos. Llama la atención que sea un grupo tan reducido en un instituto con gran cantidad de alumnos, esto es debido a diversos factores, hay un elevado número de alumnos que cursan la Enseñanza Obligatoria en el centro y al finalizar 4º ESO los alumnos se distribuyen en diferentes vías:

- Abandono de estudios.
- Acceso a estudios de Formación Profesional de Grado Medio.
- Alumnos que eligen itinerarios diferentes al de Matemáticas.

En cuanto al desarrollo evolutivo, cabe comentar que los alumnos de 2º Bachillerato se encuentran en las últimas etapas de la adolescencia. Durante este periodo, se producen cambios importantes tanto a nivel físico, cognitivo, emocional y social, estos cambios repercuten tanto en el rendimiento como en la actitud de los alumnos. En este periodo los cambios cognitivos son importantes, según Piaget (citado por Martín y Navarro, 2011), aparece el pensamiento formal, sobre los 12 años, el pensamiento se hace más abstracto e idealista, los adolescentes piensan de forma más lógica que los niños, lo que debido a los cambios físicos y hormonales les repercute en su auto concepto y autoestima. Por esto es fundamental comprender e interpretar los diferentes niveles de madurez moral de los alumnos tanto de ESO como de Bachillerato para llevar a cabo las estrategias educativas más eficaces en cada etapa.

El grupo tiene unas características de heterogeneidad observadas durante la primera fase de prácticas. Aparentemente no es un grupo que esté interesado en la asignatura, se observa una pasividad y calma que llama la atención en alumnos que van a enfrentarse en breve a la Prueba de Selectividad, ya que normalmente, un curso de 2º de Bachillerato está interesado en aprobar las asignaturas durante el curso para superar la Selectividad satisfactoriamente.

En este grupo, en cambio, casi todos los alumnos tienen alguna o todas las evaluaciones de matemáticas suspendidas, ocurre lo mismo con el resto de asignaturas. Según la profesora, el principal motivo para esto, además de la patente falta de interés, es el poco tiempo que dedican a la asignatura, ya que suelen estudiar un día o dos antes del examen, y en un curso como este, es poco recomendable debido a la gran cantidad de materia a estudiar.

También llama la atención durante la estancia en prácticas, tanto en el primer como en el segundo período, las faltas de asistencia de algunos alumnos. Por otra parte, cabe señalar que dos alumnos del curso cuentan con matemáticas de 1º curso de Bachillerato suspendidas, en uno de ellos, la pasividad con la asignatura es patente, asistiendo a clase de vez en cuando.

Al mismo tiempo hay una parte de alumnos que intentan esforzarse en clase por entender la materia, pero se observa una falta de conocimientos previos que hacen difícil conseguir este objetivo.

La mayoría de los alumnos han accedido a Bachillerato a través de la opción de 4ºESO A, cuando deberían haber cursado la opción B si tenían previsto continuar sus estudios incluyendo la asignatura de matemáticas. Aunque en Bachillerato no es una asignatura obligatoria, se cree que eligen esta opción por no cursar la asignatura de griego.

A la hora de conseguir los objetivos didácticos establecidos en la unidad didáctica, hay que tener en cuenta que un tema importante que sirve de base para la programación lineal es el tema de álgebra visto antes de Pascua, todos los alumnos han suspendido el examen, por tanto, la base algebraica para interpretar los enunciados constituye otra de las dificultades a tener en cuenta para superar la unidad.

2.3. PROBLEMÁTICA

Durante la primera fase de prácticas, también a través de la información proporcionada por la profesora del curso, se identifican varias áreas problemáticas:

- **Falta de motivación:** la pasividad mostrada frente a la asignatura es evidente durante la fase de observación. La participación en clase es escasa o nula, los alumnos muestran una actitud pasiva, tanto dentro del aula como fuera, como se aprecia con la escasa realización de tareas en casa.

- **Conocimientos previos:** se observan durante la primera fase de las prácticas conocimientos previos escasos, que, se comprueban a partir de los resultados obtenidos en la evaluación inicial, (como se puede observar en la siguiente página) así como durante el desarrollo de las sesiones.

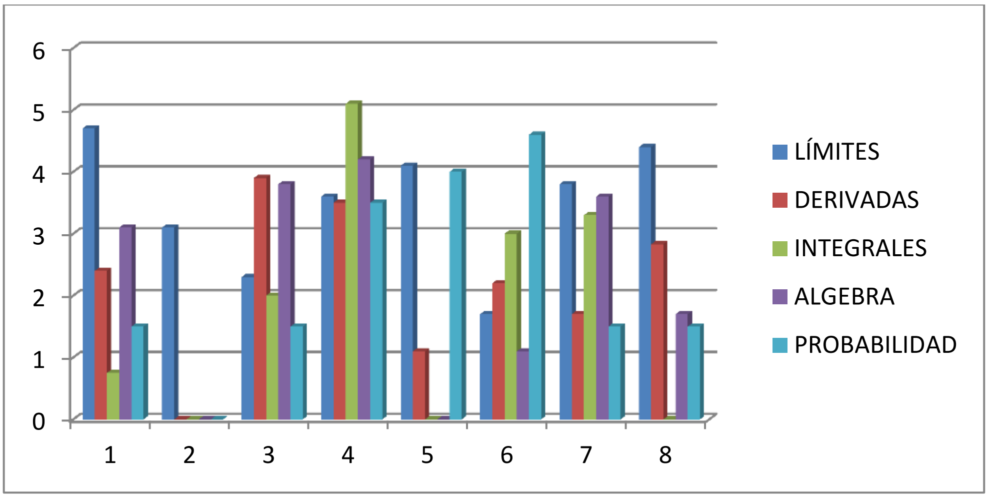
- **Resultados académicos:** como se ha comentado anteriormente, las notas del grupo durante todo el curso no son buenas. En la Tabla 1 se pueden observar los resultados obtenidos durante el curso a falta del examen de programación lineal que se implementa con esta unidad didáctica.

ALUMNO	LIMITES	TRABAJO GRÁFICAS	DERIVADAS	INTEGRALES	REC. ANALISIS	ALGEBRA	PROBABILIDAD
1	4,7	+0,2	2,4	0,75	3,5	3,1	1,5
2	3,1	+0,2	NP	NP	NP	NP	NP
3	2,3	+0,2	3,9	2,0	5,9	3,8	1,5
4	3,6	+0,2	3,5	5,1	6,7	4,2	3,5
5	4,1	0,0	1,1	0,0	3,0	0,0	4,0
6	1,7	+0,1	2,2	3,0	7,0	1,1	4,6
7	3,8	+0,1	1,7	3,3	6,6	3,6	1,5
8	4,4	0,0	2,8	0,0	5,7	1,7	1,5

Tabla 1: Notas alumnos

Es evidente que la gran parte de los alumnos tienen suspensas todas o la mayoría de partes de la asignatura. Cabe señalar que los alumnos 2 y 5 no han aprobado el curso de matemáticas del año anterior, se encuentran pendientes de realizar el examen de recuperación.

En la Gráfica 1 se pueden apreciar estos resultados de forma más clara.



Gráfica 1: Notas alumnos

Sin tener en cuenta el trabajo individual, ni las recuperaciones, la nota más alta obtenida apenas sobrepasa el aprobado. Por tanto, la mejora de las calificaciones es uno de los aspectos a tratar con la presente unidad didáctica.

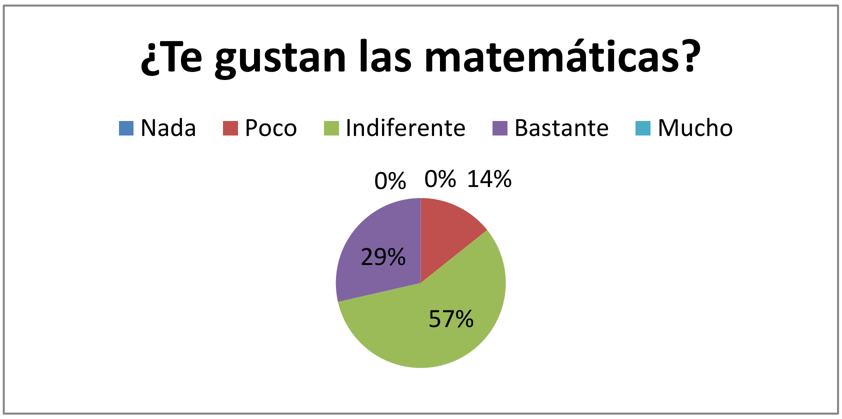
Para intentar conocer algún aspecto más acerca de los alumnos, además de la propia percepción y la opinión de la profesora del grupo, se decide pasar un cuestionario en el que se contemplan preguntas enfocadas a conocer la opinión de los alumnos sobre la asignatura, también se aprovecha para incluir la evaluación inicial comentada anteriormente.

A continuación aparecen las preguntas analizadas en el cuestionario inicial (Ver Anexo 5.1).

Tú opinión sobre la asignatura y conocimientos previos

1. ¿Te gustan las matemáticas? ¿Por qué?

1	2	3	4	5
Nada	Poco	Indiferente	Bastante	Mucho

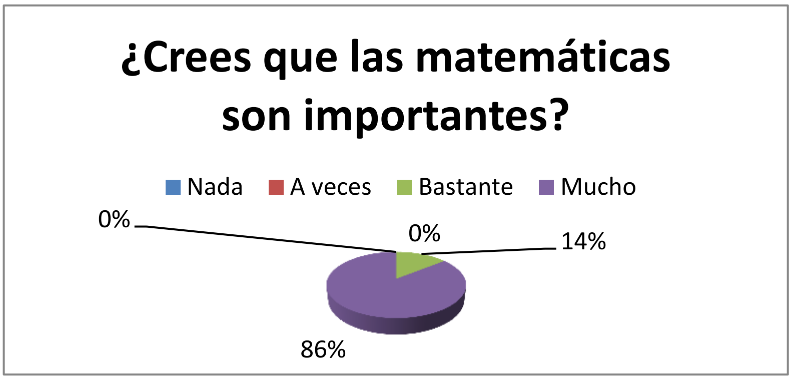


Gráfica 2: Pregunta 1

Al encontrarse en el curso de 2º de Bachillerato, en el que las matemáticas no son asignatura obligatoria, por tanto es el alumno el que elige cursarla, surgen varias preguntas para intentar conocer la motivación que les lleva a hacerlo. Según la Gráfica 2, para el 57% la asignatura es indiferente, a partir de los comentarios descritos por los alumnos parece que les resulta una asignatura amena porque no tienen que estudiar teoría, pero reconocen que es una asignatura complicada.

2. ¿Crees que las matemáticas son importantes?

1	2	3	4
Nada	A veces	Bastante	Mucho



Gráfica 3: Pregunta 2

A pesar de la falta de interés de los alumnos hacia la asignatura, observada durante la primera fase de prácticas, la mayoría cree que es una asignatura importante, aunque los resultados de sus exámenes no lo demuestren, la Gráfica 3 muestra que para el 86% de los alumnos es una asignatura importante.

3. ¿Encuentras utilidad a las matemáticas fuera del instituto? ¿Por qué?

□ Sí
□ A veces
□ No

Esta pregunta está enfocada para comprobar si los alumnos tienen la noción de la conexión de las matemáticas con la vida real, la mayoría contesta que las matemáticas son útiles fuera del contexto del instituto, aunque las respuestas obtenidas en este sentido son bastante pobres y poco aclaratorias, ya que algunos comentan que se utilizan para todo.

4. ¿Sabes qué es la Programación Lineal?

Para que la profesora se pueda hacer una idea de la planificación de las siguientes sesiones, se establecen varias preguntas acerca de la unidad didáctica de estudio, al ser un tema que no se ha tratado en años anteriores se pregunta si tienen alguna noción sobre programación lineal, solamente un alumno parece tener alguna noción acerca de la programación lineal, el resto no contesta a esta pregunta.

5. ¿Te gustaría aprender Programación Lineal utilizando el ordenador?

□ Sí
□ No
□ Indiferente

Surge la idea de incluir la posibilidad de una sesión en el aula de informática, la mayoría contestan que estarían interesados en utilizar el ordenador durante las clases. Aunque, cabe señalar, que tras explicar una de las actividades en el aula con el uso del ordenador, por parte de la profesora, los alumnos muestran poco interés, y tras comprobar que los conocimientos adquiridos durante las sesiones previas son escasos, se decide suspender esta sesión y añadir una sesión extra para resolver dudas y problemas.

6. ¿Crees que la Programación Lineal se utiliza en la vida diaria? ¿Por qué?

□ Sí
□ No

Una de las sesiones está programada para explicar las diferentes aplicaciones de la programación lineal utilizadas en diferentes ámbitos la vida real, con la idea de motivar a los alumnos y que comprendan que no es algo que se queda en el aula. Sólo responden a la pregunta 3 de los alumnos, el resto deja la pregunta sin contestar.

7. ¿Prefieres trabajar de forma individual o en grupo?

□ Prefiero trabajar de forma individual

□ No me motiva especialmente el trabajo en grupo

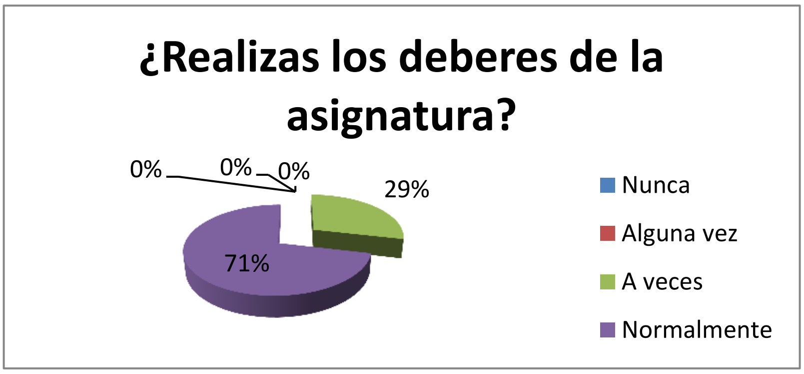
□ Indiferente

□ Creo que es una buena idea

Para intentar motivar a los alumnos y cambiar la metodología tradicional se planifican varias sesiones de trabajo en grupo, es interesante conocer su opinión acerca de este modo de trabajar. A la mayoría le resulta indiferente, se vuelve a hacer patente la pasividad mostrada frente a la asignatura.

8. ¿Realizas los deberes de la asignatura en casa?

1	2	3	4	5
Nunca	Alguna vez	A veces	Normalmente	Siempre



Gráfica 4: Pregunta 8

Durante la primera sesión el 71% de los alumnos (Gráfica 4) dice realizar los deberes normalmente, y el 29% normalmente. A través de las sesiones posteriores se comprueba la falta de veracidad de estas respuestas, ya que el porcentaje de alumnos que realiza los deberes diariamente es considerablemente más bajo o casi nulo, siendo habitual la falta de trabajo en casa.

9. ¿Piensas enfocar tu carrera profesional alrededor de las matemáticas? ¿Por qué?

□ Sí

□ No

□ No lo se

Ya que han elegido esta asignatura voluntariamente, se supone que de cara a su futuro profesional próximo, las matemáticas tengan cierta relevancia. 4 de los 7 alumnos encuestados dicen no necesitar esta asignatura en un futuro, solamente 3 dice que es necesaria para sus estudios posteriores.

10. ¿Crees que es una asignatura difícil? ¿Por qué?

1	2	3	4	5
No	Un poco	A veces	Bastante	Sí

En general son conscientes de la dificultad de la asignatura, pero como se puede comprobar, no realizan nada para afrontar esta dificultad.

11. ¿Qué es una inecuación?

El tema de inecuaciones se estudia en diferentes cursos anteriores, por tanto se realiza una breve evaluación inicial para conocer sus conocimientos previos. Ante la pregunta que es una inecuación solamente un alumno responde.

12. Escribe un ejemplo.

La mayoría puede poner un ejemplo de inecuación aunque no saben, o no quieren, explicar de qué se trata.

13. Representa en el eje de coordenadas una inecuación con dos incógnitas.

Ningún alumno representa correctamente una inecuación con dos incógnitas, este es uno de los conceptos que deberían tener consolidados de cursos anteriores, y uno de los que se utilizan durante el presente curso.

14. ¿Se pueden resolver gráficamente sistemas de inecuaciones con dos incógnitas? En caso afirmativo, ¿Cuál sería la solución?

□ Sí

□ No

Durante cursos anteriores también han trabajado sobre sistemas de inecuaciones con dos incógnitas, pero ninguno saber comentar las principales características de la solución.

15. ¿Sabes distinguir entre la solución de una inecuación con una incógnita y una inecuación con dos incógnitas? ¿Cuál es la diferencia?

□ Sí

□ No

Durante la unidad didáctica se trabaja con diferentes tipos de inecuaciones, por tanto es fundamental que el alumno conozca estos tipos y sepa interpretar las soluciones de cada uno, en general no recuerdan estos conceptos.

Tras el análisis del cuestionario se confirma la problemática propuesta al principio del apartado, en los apartados siguientes se comentan las diferentes acciones a implementar durante la segunda fase de prácticas.

2.3.1. IDENTIFICACIÓN ÁREA DE MEJORA

Una vez analizada la problemática se puede identificar el área de mejora, se centra en dos aspectos fundamentales:

- Actitud del alumnado
- Aprendizaje

Como docentes hay que ser conscientes de que no sólo corresponde al alumnado realizar un cambio. Es frecuente escuchar a profesores de todos los niveles comentar que parte del alumnado no muestra interés por los contenidos ni se esfuerzan para adquirirlos. Alonso (1997) comenta dos modos de interpretar y afrontar este problema que se agudiza en la educación secundaria. Por una parte hay profesores que piensan que es el contexto familiar y social, que no favorece la motivación de los alumnos, por tanto, atribuyen esta falta de motivación a factores externos a la escuela. Por otra parte, hay profesores que piensan en qué pueden hacer para conseguir que la motivación de los alumnos aumente, de esta manera, reconocen la implicación del centro para poder solucionar el problema.

Así pues, el objetivo es proponer diferentes iniciativas para conseguir modificar positivamente la problemática estudiada.

2.4. PROPUESTA DE MEJORA

A la hora de introducir mejoras se piensa en realizar cambios. La metodología utilizada por la profesora durante el curso es la clase tradicional. Por tanto, al diseñar la unidad didáctica se intenta introducir cambios innovadores en la didáctica para alcanzar los objetivos que se contemplan. Albadalejo (2011) define “la **innovación docente** como el conjunto de intervenciones, decisiones y procesos, con cierto grado de intencionalidad y sistematización, que pretenden modificar y mejorar las actitudes, ideas, culturas, contenidos, modelos y prácticas pedagógicas, con el único objeto de alcanzar unos mejores niveles y resultados de calidad educativa.” En base a esto, en el proyecto se lleva a cabo innovación en tres aspectos:

- **Innovación pedagógica:** basada en la implementación de nuevas estrategias pedagógicas y metodológicas.
- **Innovación evaluativa:** introducción de nuevos métodos y recursos utilizados para la evaluación de los elementos que intervienen en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Al realizar una evaluación formativa se espera mayor implicación por parte de los alumnos.
- **Innovación TIC:** utilización de recursos relacionados con las TIC, en este caso, el uso de software aplicado a la unidad docente en cuestión.

Con la introducción de estos cambios, por una parte se pretende aumentar la motivación de los alumnos y el trabajo en clase introduciendo el trabajo en grupo; por otra se intenta acercar diferentes opciones de software informático aplicado a las matemáticas para facilitar la resolución de los problemas.

Por tanto, como los resultados en los exámenes realizados durante el curso no son satisfactorios se espera, que con algún pequeño cambio en la metodología los alumnos muestren algún interés por la materia en la recta final del curso.

Seguidamente se explican las diferentes mejoras introducidas en la unidad didáctica de programación lineal tras el estudio de la problemática observada en el grupo.

2.4.1. BÚSQUEDA BIBLIOGRÁFICA

A continuación se desarrollan las propuestas de innovación comentadas en el punto anterior. De esta manera, las mejoras se centran en 4 aspectos:

A) Cambio de metodología

Como propone Godino (2003), es importante conocer las características de la enseñanza de las matemáticas para conseguir un **aprendizaje significativo**. Para ello, el profesor debe dirigir y ayudar a los alumnos en los procesos de estudio, adoptando modelos didácticos que tengan en cuenta el currículo y una visión constructiva de las matemáticas y su aprendizaje. Así pues, describe que "conocer" o "saber" matemáticas es más que repetir definiciones o identificar propiedades. "La persona que sabe matemáticas ha de ser capaz de usar el lenguaje y conceptos matemáticos para resolver problemas". La **resolución de problemas** es fundamental para obtener el aprendizaje significativo. La unidad didáctica a estudio se basa en la resolución de problemas, por esto, se cree fundamental que el alumno conozca el significado de resolver un problema, va más allá de obtener la solución. El trabajo del alumno en la clase de matemáticas, en ciertos momentos, es comparable al de los propios matemáticos:

- Investiga y trata de resolver problemas, predice su solución.
- Prueba que su solución es correcta.
- Construye modelos matemáticos.
- Usa el lenguaje y conceptos matemáticos.
- Intercambia sus ideas con otros.

Por eso, para que los alumnos adquieran competencia y comprensión sobre los distintos componentes de un contenido matemático, al planificar y llevar a cabo la enseñanza, hay que tener en cuenta las diferentes **situaciones didácticas**, mostradas en la Tabla 2, (Godino cita a Brousseau, 2003).

Acción	El alumno explora y trata de resolver problemas; como consecuencia construirá nuevos conocimientos matemático.
Formulación y comunicación	El alumno pone por escrito sus soluciones y la comunica; esto le permite ejercitar el lenguaje matemático.
Validación	Debe probar que sus soluciones son correctas y desarrollar su capacidad de argumentación.
Institucionalización	Pone en común lo aprendido, se fijan y comparten las definiciones y las maneras de expresar las propiedades matemáticas estudiadas.

Tabla 2: Situaciones didácticas

B) Trabajo grupo

A veces se piensa que el trabajo colaborativo consiste en que los estudiantes trabajen juntos en una tarea que realizarían de forma individual, por tanto los resultados obtenidos con esta metodología no son los deseados. El trabajo en equipo lleva a cabo unas reglas establecidas, con principios y métodos específicos. Por ello hay que conocer que es el trabajo colaborativo antes de aplicarlo en el aula.

El **aprendizaje colaborativo** es un método de trabajo muy útil y efectivo, pero sólo si se usa bien. El trabajo colaborativo es aquel en el que varias personas trabajan para conquistar un fin común (Miró, 2008). El objetivo no es solo que realicen la tarea, sino que aprendan durante el proceso, más que si trabajaran de forma individual. A través de esta forma de trabajar se consigue desarrollar dos efectos:

- **Efecto multiplicador:** dos personas trabajan más que uno.
- **Efecto sinergia:** la suma es más que la unión de las partes.

Por tanto, en un equipo de aprendizaje cooperativo, los alumnos son miembros de un equipo, no se pueden considerar como individuos, trabajan para el bien común. Los alumnos tienen que ser conscientes de que para obtener un buen resultado el esfuerzo y la responsabilidad es de todos los miembros. Fomentando los efectos anteriores, multiplicación y sinergia.

Se distinguen dos tipos de trabajo:

- **Trabajo en grupo o trabajo colaborativo informal:** donde los miembros no tienen roles definidos. Se pueden formar grupos pequeños de dos personas o muy grandes incluyendo a toda la clase. Se requiere poca preparación previa a la hora de formar estos grupos. La actividad puede durar unos minutos o varias sesiones.
- **Trabajo en equipo o trabajo colaborativo formal:** en este caso, los equipos tienen una estructura definida y cada miembro un rol. Los equipos suelen tener entre 3 y 5 miembros. Para ello, se requiere una preparación previa y el conocimiento sobre el modo de funcionamiento. Las actividades suelen durar más que las anteriores, incluso un trimestre, a lo largo de este tiempo se realizan reuniones, actas, separación de tareas, etc., finalizando con la entrega de un documento evaluable.

Así pues, el trabajo en grupo es una opción para introducir el trabajo en equipo, donde se empiezan a fomentar habilidades sociales y organizativas, además del aprendizaje de contenido.

Como se comenta más adelante, el grupo de trabajo es un grupo pequeño, se intenta combinar el trabajo colaborativo informal y formal, formando grupos de trabajo de dos personas que trabajan a lo largo de varias sesiones para producir una colección de ejercicios evaluable.

C) Mejora de materiales

En un principio se barajó la idea de no utilizar el libro de texto y proporcionar a los alumnos el material adecuado para el seguimiento del tema. Pero esta idea se descartó por varios motivos:

- La importancia del libro de texto es resaltada en diversos documentos, en el denominado **Informe Cockcroft** (Godino, 2003) se afirma que "los libros de texto constituyen una ayuda inestimable para el profesor en el trabajo diario del aula".
- Por otra parte, al encontrarse los alumnos en el curso preparatorio para acceder a la Universidad, el libro de texto propuesto incluye varios problemas y ejercicios resueltos que pueden utilizar para estudiar la asignatura.
- Los alumnos realizan problemas complementarios al libro, además las colecciones de problemas a completar durante el trabajo en grupo son una combinación de ejercicios del libro de texto y de las pruebas de selectividad de años anteriores, además de otros problemas de interés, en el anexo se puede encontrar el material realizado por la profesora en prácticas, utilizando el software explicado en clase, y que está a disposición del alumno en el aula virtual. De esta manera, los alumnos disponen de una variada colección de ejercicios sobre el tema.

D) Uso de TIC

El profesor debe ser consciente de que las TIC deben servir de **apoyo para el aprendizaje** de los contenidos curriculares de las distintas materias (Albadalejo, 2011).

La idea del uso de software para resolver problemas de programación lineal, como propone González (2012), es que el alumno utilice el ordenador como si fuera una calculadora, de manera que concentre su esfuerzo en tareas más importantes, es decir, plantear el problema y mediante el ordenador realizaría la representación gráfica.

Por otra parte, también es importante señalar que el uso de este tipo de programas debe ser limitado, debiendo introducirse cuando el alumno ya ha alcanzado el conocimiento suficiente de la materia y adquirido la habilidad para realizar los cálculos por él mismo.

El profesor encuentra a su alcance diferente material didáctico basado en las TIC que puede emplear para mejorar la enseñanza y aprendizaje de algunos puntos relativos a la programación lineal, pero no existen muchas herramientas que permitan automatizar el cálculo gráfico y algebraico de un problema típico de programación lineal, concebido como una calculadora, y que permita realizar un andamiaje interesante para esta parte del currículo del Bachillerato. Por tanto es necesaria, la combinación de ambas metodologías, a partir de las cuales, el alumno es capaz de adquirir las competencias necesarias para la superación de la unidad.

Actualmente se pueden encontrar en la red diversas herramientas y materiales didácticos sobre programación lineal que pueden servir como soporte en el aula de matemáticas de 2º curso de Bachillerato. Entre estas opciones (Ver Tabla 3), se seleccionan algunas de las más interesantes, se puede encontrar más información sobre cada una en la *webgrafía.*

SOFTWARE	VENTAJAS	INCONVENIENTES
Microsoft-Excel Solve	Disponible sin conexión a internet.	No es libre
GeoGebra	Herramienta útil para otras aplicaciones matemáticas. Disponibilidad de gran número de recursos para docentes.	Necesita conexión a internet si se utiliza online. Para uso offline conviene instalar software. Puede requerir actualizaciones Java
Wiris	Herramienta útil para otras aplicaciones matemáticas.	Necesita conexión a internet. Puede requerir actualizaciones Java
Calculadora gráfica	Muy rápido e intuitivo.	Necesita conexión a internet.
PhPSimplex	Muy rápido e intuitivo.	Necesita conexión a internet.

Tabla 3: Software para Programación Lineal

En general, se trata de una especie de simuladores en los que introduciendo los datos del problema, el algoritmo ofrece directamente la representación gráfica así como la región factible y la solución óptima del problema. Este tipo de calculadoras son útiles para realizar los problemas de manera ágil y fiable, aunque cabe señalar la dificultad del uso del soporte informático y conocimientos previos, por ejemplo *GeoGebra* es menos intuitivo que PhPSimplex, y sobre todo, el alumno debe interpretar correctamente los datos del problema para poder establecer la función objetivo así como las restricciones sin error.

Es conveniente que el profesor realice la elección del programa a utilizar teniendo en cuenta su sencillez para evitar una demanda de tiempo elevada para el aprendizaje del mismo. Por este motivo se decide utilizar durante la sesión el software libre PhPSimplex, ya que con una breve explicación es posible su uso. Por tratarse de una aplicación web, no requiere instalación previa, ni requiere el aprendizaje (ni para el alumno, ni para el profesor) de ningún tipo de habilidades especiales con el ordenador o de manejo de software, lo que supone un ahorro real de tiempo y esfuerzo.

De esta manera, el profesor puede integrar fácilmente en sus clases estas herramientas, sin necesidad de reestructurar sus clases, y empleando material didáctico "clásico" como sugiere González (2012).

Diversas investigaciones, (Godino, 2003) demuestran que los estudiantes pueden aprender más matemáticas y de manera más profunda con el uso de una tecnología apropiada.

El profesor debe encargarse de enfocar la tecnología de manera que estimule y favorezca comprensiones más sólidas, además de utilizar los recursos tecnológicos de manera amplia y responsable, con el fin de enriquecer el aprendizaje matemático de los estudiantes.

Así pues, la existencia, versatilidad y potencia de la tecnología hace posible y necesario replantearse qué matemáticas deberían aprender los estudiantes, y cómo deberían aprender mejor, teniendo en cuenta diversas **limitaciones** (Godino, 2003):

- Dificultades de aprendizaje del software o la calculadora si el alumno no está familiarizado con el mismo. Se aconseja usar recursos fácilmente manipulables que no añadan complejidad innecesaria a la actividad matemática.
- Dificultad en aceptar datos de la calculadora u ordenador que no han obtenido personalmente.
- Dificultad en diferenciar la estimación que proporciona la calculadora u ordenador del verdadero valor teórico.

2.5. OBJETIVOS

Los **objetivos de aprendizaje** valorados en la unidad didáctica están enfocados a superar las dificultades marcadas en las pruebas de Selectividad, según el *Decreto 112/2007 que establece el currículo de la Enseñanza Obligatoria en la Comunidad Valenciana*, el alumno que cursa 2º de Bachillerato debe conocer los siguientes contenidos:

- Interpretación y resolución gráfica de inecuaciones y sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas.
- Iniciación a la programación lineal bidimensional. Noción de optimización. Conceptos generales: la función objetivo y las restricciones. Método gráfico para la resolución de problemas de la programación lineal.
- Resolución de problemas de programación lineal aplicados a la economía, la demografía, la administración y la gestión.

Así pues, a partir del contenido establecido en la unidad didáctica, el alumno al finalizar el tema de programación lineal ha de ser capaz de:

1. Conocer y utilizar la terminología, los conceptos y procedimientos de la programación lineal.
2. Representar informaciones mediante inecuaciones.
2. Resolver inecuaciones de una o dos incógnitas.
3. Identificar problemas que se puedan resolver mediante programación lineal.
4. Plantear y resolver problemas de programación lineal de máximo o mínimo con solución única o con infinitas soluciones.

Como **objetivos docentes** durante las sesiones de la unidad didáctica, se pretende qué, a través de las diferentes actividades, los alumnos muestren más interés por la asignatura, que entiendan que si se esfuerzan, pueden aprobar, y sobretodo que consigan aprender. De esta manera, teniendo en cuenta el expediente previo del alumnado, se aspira a que al menos el 50% de los alumnos puedan superar el examen final.

Competencias básicas: durante la fase de observación, también durante el desarrollo de las diferentes sesiones, se aprecia la falta de adquisición de las competencias básicas establecidas por la *Ley Orgánica de Educación* (2006), que, define las competencias básicas como "aquellos aprendizajes que se consideran imprescindibles, desde un planteamiento integrador y orientado a la aplicación de los saberes adquiridos". Se comienzan a trabajar en la Educación Primaria y se deben haber alcanzado, por parte de los estudiantes, al finalizar la enseñanza obligatoria.

Las competencias básicas (Ver Tabla 4) que establece el *Real Decreto 1631/2006 de enseñanzas mínimas en Educación Secundaria* son:

Competencia en comunicación lingüística	Competencia social y ciudadana
Competencia matemática	Competencia cultural y artística
Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico	Competencia para aprender a aprender
Tratamiento de la información y competencia digital	Autonomía e iniciativa personal

Tabla 4: Competencias básicas

Con la introducción de las diferentes actividades se pretende introducir estas competencias a lo largo de la unidad didáctica.

La finalidad última a la hora de incorporar las competencias básicas al proceso educativo es doble (Albadalejo, 2011). Por un lado, adaptar el proceso de enseñanza-aprendizaje a la sociedad actual que, se caracteriza por estar en continuo cambio. Por otro lado, transformar el concepto tradicional de enseñanza basado en la adquisición de conocimientos en un concepto moderno de aprendizaje basado en la capacidad de resolver situaciones a lo largo de la vida.

González (2012) comenta, que el aprendizaje basado en competencias vigente en España, fomenta la competencia digital, según lo establecido en el *R.D. 1631/2006*:
"utilizar las tecnologías de la información y la comunicación extrayendo su máximo rendimiento a partir de la comprensión de la naturaleza y modo de operar de los sistemas tecnológicos, y del efecto que esos cambios tienen en el mundo personal y socio laboral. [...]. Igualmente permite aprovechar la información que proporcionan y analizarla de forma crítica mediante el trabajo personal autónomo y el trabajo colaborativo [...]"

Los alumnos, conocedores de estas nuevas tecnologías, cumplen con los objetivos que marca la legislación, el reto se encuentra por parte de los docentes, quienes tienen que orientar el buen uso de las TIC que ya utiliza el alumno y asimilar en su docencia el uso de las tecnologías a su alcance, para ir introduciendo métodos de enseñanza a través de las TIC.

Contenidos: a continuación aparecen los diferentes tipos de contenidos a trabajar durante las sesiones de impartición de la unidad didáctica.

1. **Conceptuales:**
   - Inecuaciones y sistemas de inecuaciones lineales con una incógnita.
   - Inecuaciones y sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas.
   - Conocer conceptos básicos de programación lineal: región factible y función objetivo.
   - Cálculo de los máximos y los mínimos de una función de dos variables en una región convexa del plano.
   - Resolución de problemas de programación lineal. Hallar la solución óptima.

2. **Procedimentales:**
   - Clasificación y ordenación de los datos y las incógnitas de un problema de programación lineal en una tabla.
   - Utilización del lenguaje algebraico para expresar y resolver situaciones que se presentan como desigualdades.
   - Resolución de inecuaciones y sistemas de inecuaciones por distintos métodos.
   - Representación de las restricciones del problema.
   - Determinación de la región factible e identificación de la solución óptima, o recintos con infinitas soluciones.
   - Utilización del ordenador para resolver problemas de programación lineal y para hacer representaciones gráficas, y decidir sobre la conveniencia de usar este instrumento en función de la complejidad de los cálculos.

3. **Actitudinales:**
   - Valoración de la precisión, claridad y utilidad del lenguaje algebraico para representar, comunicar o resolver diferentes situaciones de la vida cotidiana.
   - Incorporación del lenguaje algebraico y del cálculo a la forma de proceder habitual. Sensibilidad, interés y valoración crítica ante las informaciones y mensajes de naturaleza algebraica.
   - Reconocimiento y valoración critica de la utilizad del ordenador y otros instrumentos para resolver problemas de programación lineal e investigaciones algebraicos.
   - Curiosidad e interés por enfrentarse a problemas algebraicos. Confianza en las propias capacidades para afrontar problemas y realizar cálculos algebraicos.
   - Interés y respeto por las estrategias y soluciones a problemas algebraicos distintas de las propias.
   - Sensibilidad y gusto por la presentación ordenada y clara del proceso seguido y de los resultados obtenidos en problemas y cálculos algebraicos.

2.6. IMPLEMENTACIÓN DE LAS MEJORAS

La unidad didáctica se lleva a cabo durante 3 semanas y se encuentra dividida en 10 sesiones además de la sesión para realizar el examen.

A continuación (Ver Tabla 5) se muestra la temporalización y los contenidos realizados en cada sesión.

SESIÓN	FECHA	DESCRIPCIÓN
1	Lunes 13/04/15	Introducción: repaso de conocimientos previos.
2	Martes 14/04/2015	Que es Programación Lineal y sus aplicaciones.
		Problema: lotes.
3	Miércoles 15/04/2015	Problema: dieta.
4	Lunes 20/04/2015	Problema: transporte.
5	Martes 21/04/2015	Corrección de problemas propuestos (I).
6	Miércoles 22/04/2015	Corrección de problemas propuestos(II).
7	Viernes 24/04/2015	Resolución de problemas en grupo (I).
8	Lunes 27/04/2015	Resolución de problemas en grupo (II).
9	Martes 28/04/2015	Resolución de problemas en grupo (III).
10	Miércoles 29/04/2015	Repaso y dudas.
11	Viernes 8/05/2015	Examen.

Tabla 5: Temporalización de la unidad didáctica.

Tal y como se puede apreciar en la Tabla 5, los días que se imparte la asignatura son lunes, martes, miércoles y viernes, 4 horas semanales. Aunque aparece un salto entre la 3ª y la 4ª sesión, es debido a que el viernes que se debería haber realizado la 4ª sesión, los alumnos debían realizar el examen correspondiente al anterior tema, Probabilidad. Después aparece otro salto entre la 10ª sesión y el examen, al ser temporada de exámenes finales, se llega a un acuerdo con los alumnos para aplazar el examen y realizarlo en una fecha en la que no tuvieran ningún otro examen el mismo día.

A través de las sesiones indicadas los contenidos a estudiar serán:

- Iniciación a la programación lineal bidimensional.
- Noción de optimización.
- Conceptos generales: función objetivo y las restricciones.
- Método gráfico para la resolución de problemas de programación lineal.
- Resolución de problemas de programación lineal aplicados a la economía, la administración y la gestión.

En los apartados siguientes aparecen detalladas las diferentes actividades que se realizan durante las sesiones de la unidad didáctica.

A través de dichas actividades se pretende hacer frente a los objetivos establecidos además de utilizar diferentes recursos como alternativa a la clase tradicional, entre ellos aparecen el trabajo en grupos cooperativos y el uso de TIC. Todo esto sin dejar de lado la atención a la diversidad, fundamental para que los alumnos puedan superar la asignatura con éxito. Además de tener en cuenta diferentes orientaciones como preparación para la Prueba de Selectividad.

2.6.1. ACTIVIDAD 1: INTRODUCCIÓN

Descripción

La primera sesión de la unidad didáctica se realiza el lunes 13 de abril y una parte de la sesión del día siguiente. Durante los primeros minutos, se realiza la **presentación** de la unidad didáctica y se comenta la evaluación de las actividades.

Seguidamente se reparte un **cuestionario** donde los alumnos deberán responder a diferentes preguntas acerca de su opinión sobre la asignatura y realizarán una breve evaluación inicial.

A continuación se procede al **repaso de conocimientos previos**. Se realiza una revisión a los conocimientos necesarios para afrontar el tema (Ver Tabla 6), que en principio deben recordar y tener claros de cursos anteriores. Debido a la singularidad del grupo y según las notas de la asignatura durante el curso, se decide realizar la explicación de los conceptos clave durante el transcurso de toda la sesión.

Contenido
¿Qué es una inecuación?
Tipos de inecuaciones lineales:
Inecuación con una incógnita
Sistema de inecuaciones con una incógnita
Inecuación con dos incógnitas
Sistema de inecuaciones con dos incógnitas

Tabla 6: Contenido Actividad 1

Con esta sesión se pretende que el alumno recuerde los conceptos estudiados tanto en 4º ESO como en 1º de Bachillerato.

El alumnado debe tener claros los diferentes tipos de inecuaciones que se presentan así como las diferentes soluciones obtenidas. Este es un aspecto clave para la resolución de los problemas a estudiar en sesiones posteriores y uno de los objetivos de la unidad didáctica es la correcta resolución y representación de diferentes tipos de inecuaciones.

La sesión finaliza el martes día 14, durante la primera parte de la clase se trabaja sobre **"Que es Programación Lineal y sus aplicaciones"**. Se realiza una breve explicación, utilizando una presentación PowerPoint (Ver Anexo 5.2), sobre que es la Programación Lineal y cuáles son sus principales aplicaciones (Díaz, 2015). De esta manera se intenta que el alumno relacione las matemáticas con la vida real y aumente su interés por la materia. Ya que, debido a la rama que están cursando, probablemente dirijan sus estudios universitarios hacia algún itinerario donde la Programación Lineal se detalla más ampliamente.

Objetivos

A través de esta actividad se persiguen los siguientes objetivos didácticos:

- El alumno debe reconocer los diferentes tipos de inecuaciones a estudiar así como interpretar las soluciones en cada caso.
- Resolver sistemas de inecuaciones, con una o dos incógnitas, y obtener la representación gráfica.
- Saber qué es la programación lineal y sus principales aplicaciones en la vida real.
- Estar al tanto sobre los tipos básicos de problemas de programación lineal a estudiar durante el curso.

Además se pretende conseguir una mayor participación del grupo durante el desarrollo de la sesión.

Metodología

Durante el desarrollo de la sesión se llevan a cabo **técnicas de participación activa,** el profesor da protagonismo al alumno en la toma de decisiones (Moliner, 2009), en este caso, se intenta dar mayor protagonismo al alumnado a la hora de la participación en clase, es decir, producir un cambio de actitud para favorecer el aprendizaje, (Lewin, citado por Moliner, 2009), mucho más eficaz que cuando el alumno permanece pasivo y en posición de escucha sin implicarse en el proceso de aprendizaje.

Se pretende lograr que el alumno se implique en el desarrollo de la clase, participando y adoptando una actitud activa. Para ello, el profesor realiza la explicación con ayuda de la pizarra para resolver ejercicios del libro de texto, y lanza preguntas a los alumnos para que sean ellos los que vayan resolviendo el ejercicio. De esta manera, se intenta evitar que solamente copien en sus libretas el ejercicio resuelto, ya que el profesor pregunta a todos los alumnos para que se involucren en el desarrollo de la clase. Para finalizar se realiza un repaso a todo lo explicado durante la sesión y se propone un ejercicio para realizar en casa.

Godino (2003) establece que el tipo de discurso del profesor y los alumnos es un aspecto determinante de lo que los alumnos aprenden sobre matemáticas.

Si sólo hay comunicación del profesor hacia los alumnos, en una enseñanza expositiva, a lo más con apoyo de la pizarra, los alumnos aprenderán unas matemáticas distintas, y adquirirán una visión diferente de las matemáticas, que si el profesor les anima a que comuniquen sus ideas a otros compañeros y al profesor. Por eso, durante el desarrollo de las sesiones se intenta fomentar que los alumnos expresen sus ideas y participen en la clase.

Durante la primera parte de la clase de la segunda sesión, se presentan los conceptos básicos sobre la programación lineal y sus aplicaciones en la vida real. También se comentan los principales tipos de problemas a trabajar durante las sesiones. Para ello el profesor se apoya en una presentación PowerPoint (Ver Anexo 5.2).

Planificación

La actividad se lleva a cabo durante una sesión de 50 minutos y 15 minutos de la segunda sesión (Ver Tabla 7).

SESIÓN	FECHA	DESCRIPCIÓN	TEMPORALIZACIÓN (min.)
1	Lunes 13/04/15	Presentación de la unidad didáctica.	10
		Cuestionario.	10
		Repaso de conocimientos previos.	25
		Revisión de los conceptos clave.	5
2	Martes 14/04/2015	Que es Programación Lineal y sus aplicaciones.	15

Tabla 7: Actividad 1

Materiales y recursos

Recursos:

Humanos: Alumnos y profesor en prácticas.

Espaciales: Aula de 2ºBachillerato.

Materiales:

Pizarra.

Audiovisuales:

Presentación PowerPoint. (Ver Anexo 5.2)

Informáticos o Tecnológicos:

Proyector y Pantalla.

Equipo informático.

Escritos:

Libro de texto.

Cuestionario. (Ver Anexo 5.1)

Evaluación

Esta actividad no se tiene en cuenta para la nota de la evaluación de la unidad didáctica.

A partir del cuestionario de evaluación inicial se pretende establecer el nivel del grupo, para así poder orientar la sesión introductoria y profundizar más o menos en los conceptos que deberían tener claros.

A través de la participación obtenida durante la clase el profesor también se hace una idea de los conocimientos de los alumnos, así como del posible cambio de actitud.

Atención a la diversidad

A partir de las respuestas de los alumnos durante la resolución de los diferentes ejemplos el profesor irá adaptando la explicación para que todos los alumnos puedan entender los conceptos y seguir la clase correctamente, explicando varias veces si es necesario el mismo concepto, pero utilizando otro enfoque para conseguir la comprensión por parte de todos los alumnos.

2.6.2. ACTIVIDAD 2: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Descripción

A partir de las sesiones 2, 3 y 4 se pretende que el alumno conozca los problemas típicos de programación lineal y sus características, tal y como muestran los objetivos de la unidad didáctica.

Esta sesión se divide en tres partes:

Problema tipo: lotes
Se explica en la pizarra un problema básico de programación lineal, se intenta hacer partícipes a los alumnos a la hora de la resolución, que sean ellos, utilizando el turno adecuado de palabra, los que vayan resolviendo el problema o proponiendo soluciones. Como primer problema se elige un problema de lotes típico (Ver Anexo 5.7), donde la resolución se realiza utilizando tablas de datos, y a partir de esta, se extraen las restricciones. A través de la resolución del problema se explican los conceptos clave del tema como son: las restricciones, la región factible, la función objetivo y sus máximos o mínimos. Además del problema resuelto en clase, los alumnos deberán realizar otro en sus casas como tarea para el día siguiente.

Problema tipo: dieta
Una vez revisados los conceptos vistos en la sesión anterior se procede a la explicación de otro problema básico en programación lineal. En estas sesiones es fundamental la resolución de los problemas en la pizarra, intentando fomentar la participación del alumno.

Tal y como se realiza en el día anterior, se resuelve un problema en la pizarra con ayuda de los alumnos, de forma que se quiere captar su atención y que no se limiten a copiar en sus libretas lo que aparece en la pizarra.

Se explica un problema básico de dieta, donde el alumno debe extraer del enunciado las restricciones necesarias para su realización. El profesor intenta hacer de guía para que ellos puedan ir obteniendo la solución.

A continuación, los alumnos deben resolver un problema de dieta en clase de forma individual y otro como tarea en casa.

<u>Problema tipo: transporte</u>

En la última sesión se pretende explicar el último de los problemas típicos de programación lineal que aparecen en los libros de texto.

Se explican en la pizarra las características de este tipo de problemas y como debe proceder el alumno para su resolución. Después, se remarcan los conceptos claves explicados en días anteriores, para comprobar que el alumno está siguiendo la materia y a continuación ellos prueban a resolver un problema de transporte por sí solos.

<u>Objetivos de la actividad</u>

- Estar al tanto sobre los tipos básicos de problemas de programación lineal a estudiar durante el curso.
- Plantear y resolver un problema básico de lotes.
- Conocer los conceptos básicos de la programación lineal: restricciones, función objetivo, región factible.
- Reconocer los diferentes tipos de problemas de programación lineal.
- Comprender el enunciado y extraer la información necesaria para la resolución del problema.
- Ser capaz de resolver un problema de transporte de programación lineal, reconociendo sus características.

A partir de la implicación del alumno en la explicación se pretende aumentar su interés en la materia así como su motivación.

Además de intentar motivar a los alumnos relacionando el tema con aplicaciones de la vida real, se intenta fomentar la participación en clase a partir de preguntas abiertas e implicando a los alumnos en la explicación.

Metodología

A lo largo de estas sesiones se utiliza la **resolución de problemas** para conectar a los alumnos con la realidad, donde puedan aportar soluciones. En este caso, la técnica (Moliner, 2009), se adapta a la resolución de problemas de programación lineal. Se presenta un ejercicio al grupo en diferentes fases:

- Definición del problema, donde se delimita el problema y se analiza para facilitar su comprensión.
- Definición de objetivos.
- Búsqueda de información.
- Posibles soluciones o alternativas.
- Valoración de soluciones.
- Elaborar el plan de acción.

El profesor sirve de guía para resolver el problema en la pizarra con la ayuda de los alumnos.

Planificación

La actividad se lleva a cabo durante tres sesiones, la primera consta de 35 minutos y el resto de 50 minutos (Ver Tabla 8).

SESIÓN	FECHA	DESCRIPCIÓN	TEMPORALIZACIÓN (min.)
2	Martes 14/04/201	Revisión dudas.	5
		Problema: lotes.	30
3	Miércoles 15/04/2015	Revisión dudas.	5
		Problema: dieta.	30
		Resolución individual problema.	15
4	Lunes 20/04/2015	Revisión dudas.	5
		Problema: transporte.	30
		Resolución individual problema.	15

Tabla 8: Actividad 2

Materiales y recursos

Recursos:

Humanos: Alumnos y profesor en prácticas.

Espaciales: Aula de 2ºBachillerato.

Materiales:

Pizarra.

Escritos:

Libro de texto.

Problemas resueltos (Ver Anexo 5.7)

Evaluación de la actividad

Durante el desarrollo de la actividad el profesor tomará nota de tanto de la asistencia como de los ejercicios propuestos realizados. No se incluye en la nota, pero se puede tener en cuenta a la hora de redondear la nota final de la asignatura.

Atención a la diversidad

A lo largo de la explicación se intenta que todos los alumnos comprendan la materia a explicar, utilizando preguntas directas y explicando el concepto de diferentes formas. El alumno también cuenta con el apoyo del libro de texto, donde aparecen problemas resueltos.

2.6.3. ACTIVIDAD 3: CORRECCIÓN DE PROBLEMAS PROPUESTOS

Descripción

Como se observa en la sesión anterior, los alumnos tienen bastantes dudas, ya que no están realizando los deberes propuestos al fin de cada sesión, por tanto de esta manera es difícil que adquieran los conocimientos necesarios para superar la asignatura. Como medida de atención a la diversidad se decide realizar dos sesiones de corrección de problemas y dudas. Se insiste en que deben realizar trabajo en casa para el correcto desarrollo del tema.

A lo largo de dos sesiones se corrigen algunos de los ejercicios que los alumnos han debido realizar como deber en casa. Para ello el profesor los resuelve en la pizarra con la participación de los alumnos.

Además, se repasan de nuevo los conceptos básicos, el teorema fundamental de la programación lineal y tipos de soluciones que se pueden encontrar.

Durante la segunda sesión para introducir las **nuevas tecnologías** en la unidad didáctica, se utiliza un programa informático online para ayudar a resolver los problemas de programación lineal, *PhPSimplex*. Es necesario que el alumno plantee correctamente el problema y obtenga la función objetivo y las restricciones, después a través del software, el alumno debe introducir la función objetivo y las restricciones y el programa obtiene la representación de la región factible y los máximos o mínimos deseados. El objetivo es presentar esta herramienta como complemento, cuando el alumno en su casa se dedique a preparar la asignatura pueda comprobar los resultados de los problemas rápidamente, ya que, una vez establecidos los conocimientos necesarios para representar las inecuaciones, la mayor dificultad en estos problemas es obtener las restricciones a partir del enunciado. Así puede agilizar la resolución de los problemas propuestos.

En caso de que hubiera fallado la conexión a internet se prepara una explicación sobre cómo resolver problemas de programación lineal con GeoGebra (Ver Anexo 5.4), ya que al tener este programa instalado en el ordenador, no sería necesaria la conexión a internet. Debido a que también los alumnos muestran poco interés se decide no explicar esta opción.

Objetivos de la actividad

- Representar informaciones mediante inecuaciones.
- Resolver inecuaciones de una o dos incógnitas.
- Identificar problemas que se puedan resolver mediante programación lineal.
- Plantear y resolver problemas de programación lineal.
- Utilizar el ordenador para resolver problemas de programación lineal.

Metodología

A partir de las explicaciones en la pizarra se resuelven las dudas planteadas por los alumnos. Durante la segunda sesión se dedica la primera parte a comentar las principales características de la resolución de un problema de programación lineal con el software PhPSimplex con el apoyo de una presentación (Díaz, 2015) PowerPoint (Ver Anexo 5.3). A continuación se utiliza este programa para resolver uno de los ejercicios propuestos.

Los alumnos han estudiado las inecuaciones en cursos previos, aunque en este nivel, la interpretación gráfica en dos dimensiones requiere un esfuerzo adicional. De manera que, la comprensión y justificación del procedimiento gráfico para resolver los problemas de programación lineal es complejo con los métodos tradicionales. Así pues, hay cuestiones teóricas interesantes, por falta de tiempo, se quedan sin resolver, debido al tiempo empleado en la resolución de los problemas. Según esto, González (2012) propone utilizar las nuevas tecnologías para resolver los problemas de programación lineal, de esta manera, el aprendizaje puede ser "más efectivo y profundo".

Planificación

La actividad se lleva a cabo durante dos sesiones de 50 minutos cada una (Ver Tabla 9).

SESIÓN	FECHA	DESCRIPCIÓN	TEMPORALIZACIÓN (min.)
5	Martes 21/04/2015	Corrección de problemas propuestos.	50
6	Miércoles 22/04/2015	Introducción del software PhPSimplex.	15
		Corrección de problemas propuestos.	35

Tabla 9: Actividad 3

Materiales y recursos

Recursos:

Humanos: Alumnos y profesor en prácticas.

Espaciales: Aula de 2ºBachillerato.

Materiales:

Pizarra.

Audiovisuales:

Presentación PowerPoint problema PhPSimplex. (Ver Anexo 5.3)

Informáticos o Tecnológicos:
Proyector y Pantalla.
Equipo informático.
Conexión internet.
Escritos:
Libro de texto.

Evaluación de la actividad

Durante el desarrollo de la actividad el profesor tomará nota de tanto de la asistencia como de los ejercicios propuestos realizados. No se incluye en la nota, pero se puede tener en cuenta a la hora de redondear la nota final de la asignatura.

Atención a la diversidad

A lo largo de la explicación se intenta que todos los alumnos comprendan la materia a explicar, utilizando preguntas directas y explicando el concepto de diferentes formas. El alumno también cuenta con el apoyo del libro de texto, donde aparecen problemas resueltos.

2.6.4. ACTIVIDAD 4: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN GRUPO

Descripción

Se establecen 3 sesiones de **trabajo en grupos cooperativos** para realizar diferentes colecciones de problemas de programación lineal.

Para formar los equipos, el criterio que menos se tiene en cuenta es el de homogeneidad, es decir, alumnos con competencias similares. Como propone Pujolàs (2008), la **heterogeneidad** (género, etnia, intereses, capacidades, motivación, rendimiento, etc.) en los grupos es fuente de nuevos conocimientos y estimula el aprendizaje.

Así pues, se forman 4 grupos heterogéneos de 2 personas cada uno (ya se prevé la falta de algún alumno, por tanto se formarán tríos si es necesario, pero siempre bajo las indicaciones de la profesora). Lo ideal, hubiera sido formar grupos de tres personas, pero ante la falta de alumnos se decide formar grupos de dos y alguno de tres. Al optar por la creación de equipos de 2 miembros, se desecha la idea de designar roles. Se intenta formar los grupos con la mayor heterogeneidad posible, teniendo en cuenta las calificaciones previas de cada uno y las actitudes mostradas en clase.

Hay que tener en cuenta que en una clase con mayor número de alumnos se obtendrían grupos más heterogéneos.

Una vez distribuidos en grupos se explican las normas del trabajo en grupo y se repasa la evaluación. Pujolàs (2008), también propone el seguimiento de unas normas básicas a la hora de trabajar en equipo. Para el trabajo en el aula, se ha realizado una adaptación, explicando estas normas y el funcionamiento del trabajo en equipo antes de comenzar.

Instrucciones:

- Debéis completar los problemas indicados entre todos los miembros del grupo. Para ello tendréis que tomar decisiones de forma común.
- Sólo consultaréis al profesor en caso de que no se alcance consenso entre todos los miembros del grupo.
- Deberéis entregar lo realizado al profesor al finalizar la sesión.
- Recordad que debe presentarse la solución del problema de forma razonada.
- *Importante:* El trabajo realizado así como la actitud en clase puede llegar a contar hasta un 10% de la nota del examen.

Es importante que los alumnos tengan claras estas normas, sobretodo que cada grupo debe entregar la tarea realizada durante la sesión al final de la misma, para poder ser tenida en cuenta en la evaluación, así, la actitud y el trabajo realizado contarán un 10% de la nota total junto con el examen final.

En la última sesión de trabajo en grupo, cada grupo finaliza la colección de problemas planteada. Se observa una mejora tanto en el trabajo en grupo como en la calidad de los problemas resueltos. En dicha colección, además de resolver problemas propuestos en el libro de texto, aparecen problemas de Pruebas de Selectividad, de esta manera se trata de cumplir los objetivos propuestos, donde el alumno debe ser capaz de plantear y resolver diferentes tipos de problemas de programación lineal. Podrán consultar la solución a estos problemas al finalizar las sesiones de trabajo en grupo, para que puedan preparar el examen y puedan disponer de una colección variada de ejercicios.

Objetivos de la actividad

- Conocer y utilizar la terminología, los conceptos y procedimientos de la programación lineal.
- Resolver un problema de programación lineal de máximo o mínimo con solución única o con infinitas soluciones.
- Favorecer una actitud más activa ante el aprendizaje.
- Desarrollar la responsabilidad y la capacidad de cooperación.
- Desarrollar la capacidad de comunicación oral y escrita.

Metodología

En estas sesiones se utiliza la **técnica de aprendizaje cooperativo.** Esta, es una de las técnicas más utilizadas para favorecer actitudes positivas hacia la diversidad sociocultural y la convivencia intercultural. Además, sirve para promover el cambio de conducta y cooperación, a la vez que se garantiza la posibilidad de un alto rendimiento de los alumnos, (Moliner, 2009).

Con este método también se persigue un cambio en la actitud de los alumnos frente a la asignatura, ya que al estudiar solamente de cara al examen final, los resultados obtenidos no son los esperados debido a la gran cantidad de materia. Mediante las sesiones de trabajo en grupo se pretende que se den cuenta de la cantidad de trabajo necesario para poder preparar un examen con éxito. De esta manera, puedan tomar como base para adquirir el hábito de repasar las tareas en casa.

Se pretende que durante las sesiones de trabajo en equipo se ponga en práctica la **tutoría entre iguales** *(Peer Tutoring)*. Esta técnica está basada en la colaboración que un alumno concede al compañero que solicita su ayuda. Según Pujolàs (2008), ya aparecen similitudes con el aprendizaje cooperativo. Este tipo de método ayuda a mejorar el rendimiento de estos alumnos, pero deben darse diversas condiciones (Serrano y Calvo, citados por Pujolàs, 2008):

- El alumno tutor debe responder a las demandas de su compañero.
- A ayuda proporcionada no serán soluciones sino una explicación sobre el proceso de resolución del problema.

Tanto si el alumno que solicita ayuda y no la recibe o recibe la solución al ejercicio, provoca un empeoramiento del rendimiento. Para prevenir esto, se insiste, en que si entre los miembros del equipo no son capaces de resolver una duda que acudan al profesor.

Planificación

La actividad se lleva a cabo durante tres sesiones de 50 minutos (Ver Tabla 10).

SESIÓN	FECHA	DESCRIPCIÓN	TEMPORALIZACIÓN (min.)
7	Viernes 24/04/2015	Resolución de problemas en grupo (I).	50
8	Lunes 27/04/2015	Resolución de problemas en grupo (II).	50
9	Martes 28/04/2015	Resolución de problemas en grupo (III).	50

Tabla 10: Actividad 4

Materiales y recursos

Recursos:

Humanos: Alumnos y profesor en prácticas.

Espaciales: Aula de 2ºBachillerato.

Materiales:

Pizarra.

Escritos:

Libro de texto.

Enunciado de los problemas. (Ver Anexo 5.5)

Evaluación de la actividad

Para la evaluación de esta actividad se tiene en cuenta una rúbrica (Ver Anexo 5.6) que evalúa tanto la calidad del trabajo presentado como la actitud mostrada por los alumnos. Al incluir la nota de esta actividad en la nota final de la unidad didáctica se pretende motivar al alumno en el trabajo y conseguir su implicación durante el trabajo cooperativo.

Atención a la diversidad

Como medidas de apoyo el profesor intervendrá en el grupo solamente si es necesario para resolver alguna duda que dificulte el desarrollo del problema.

Una vez finalizadas las sesiones de trabajo grupal, los alumnos dispondrán de las soluciones (Ver Anexo 5.8) de todos los ejercicios en el aula virtual, para que, de este modo puedan preparar el examen final practicando diferentes tipos de problemas.

2.6.5. ACTIVIDAD 5: REPASO Y DUDAS

Descripción

Esta será la última sesión antes del examen. A la vista de las correcciones del trabajo realizado en grupo, se realiza esta sesión para resolver dudas y repasar los conceptos fundamentales. Se observa un mayor grado de participación ya que los alumnos tienen los conocimientos más consolidados que en sesiones previas de repaso, debido a que durante el trabajo en grupo todos han participado para resolver los problemas propuestos.

En los últimos minutos de la clase los alumnos contestarán a un **cuestionario final**, (Ver Anexo 5.9), en el que se valora tanto su opinión acerca de la unidad didáctica como la labor de la profesora en prácticas.

Objetivos de la actividad

- Conocer y utilizar la terminología, los conceptos y procedimientos de la programación lineal.
- Resolver inecuaciones de una o dos incógnitas.
- Identificar problemas que se puedan resolver mediante programación lineal.
- Plantear y resolver problemas de programación lineal de máximo o mínimo con solución única o con infinitas soluciones.

Metodología

Durante la sesión el profesor realizará un breve repaso en la pizarra a modo de conclusión de los aspectos fundamentales de la lección.

A continuación se resolverán las dudas planteadas por los alumnos.

Planificación

La actividad se lleva a cabo durante una sesión de 50 minutos (Ver Tabla 11).

SESIÓN	FECHA	DESCRIPCIÓN	TEMPORALIZACIÓN (min.)
10	Miércoles 29/04/2015	Repaso.	15
		Dudas.	30
		Cuestionario final	5

Tabla 11: Actividad 5

Materiales y recursos

Recursos:

Humanos: Alumnos y profesor en prácticas.

Espaciales: Aula de 2ºBachillerato.

Materiales:

Pizarra.

Escritos:

Libro de texto.

Cuestionario final. (Ver Anexo 5.9)

Evaluación de la actividad

Esta actividad no se incluye en la evaluación de la unidad didáctica. El cuestionario final no evalúa aspectos didácticos, sino que se trata de comprobar si se han producido cambios en la opinión de los alumnos a lo largo de las sesiones, además también se incluyen preguntas para evaluar la actuación de la profesora en prácticas.

Atención a la diversidad

Se decide establecer esta sesión como medida de atención a la diversidad, ya que durante la corrección de los problemas realizados en grupo se detectan deficiencias importantes a solventar antes de la realización del examen.

2.6.6. ACTIVIDAD 6: EXAMEN

Descripción

Tras unos días de estudio, en los que los alumnos deberían haber consultado las soluciones de los ejercicios propuestos durante estas semanas, se enfrentan a la última sesión.

El examen, (Ver Anexo 5.10), para que sea similar a la prueba de Selectividad consta de 3 problemas, cada uno cuenta 3 puntos, el punto restante se obtendrá a partir de la nota del trabajo en grupo.

Cada uno de los problemas tiene una dificultad que los alumnos deben superar para demostrar los conocimientos adquiridos durante estas semanas. Todas las dificultades han sido comentadas en clase, además durante las sesiones de trabajo en grupo se realizan problemas similares.

Con la superación del examen se pretende cubrir todos los objetivos propuestos en la unidad didáctica.

Objetivos de la actividad

- Reconocer los diferentes tipos de problemas de programación lineal.
- Comprender el enunciado y extraer la información necesaria para la resolución del problema.
- Demostrar su dominio en el tema, el alumno debe ser capaz de resolver problemas de programación lineal e interpretar correctamente las soluciones.
- Expresar los conocimientos de forma clara y ordenada.

Metodología

Los alumnos resuelven el examen escrito, para ello se tiene en cuenta la duración del examen propuesto en las Pruebas de Selectividad, en este caso se pide consentimiento al profesor de la hora anterior para que los alumnos puedan asistir al examen.

Planificación

La actividad se lleva a cabo durante una sesión de 90 minutos (Ver Tabla 12).

SESIÓN	FECHA	DESCRIPCIÓN	TEMPORALIZACIÓN (min.)
11	Viernes 8/05/2015	Examen escrito.	90

Tabla 12: Actividad 6

Materiales y recursos

Recursos:

Humanos: Alumnos y profesor en prácticas.

Espaciales: Aula de 2ºBachillerato.

Materiales:

Escritos:

Examen. (Ver Anexo 5.10)

Evaluación de la actividad

La prueba de evaluación final consiste en la realización de un examen escrito formado por 3 preguntas en las que se tienen en cuenta los aspectos estudiados durante las sesiones de la unidad didáctica.

Para la corrección del examen se tiene en cuenta una rúbrica (Ver Anexo 5.11) que determina la puntuación de cada apartado. De esta manera se persigue una valoración objetiva.

Atención a la diversidad

Cada uno de los problemas propuestos contiene dificultades tratadas en clase.

2.7. ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD

A lo largo de las sesiones se tienen en cuenta diferentes medidas para atender la diversidad del alumnado. Antes de cada sesión se prevé un repaso de 5 o 10 minutos de los conceptos estudiados en la sesión anterior, así como las posibles dudas que puedan surgir. Como se aprecia que algunos alumnos tienen dificultades, se realiza la sesión 10 para el repaso de dudas antes del examen, además, una vez comentados en clase, se dejan en el aula virtual todos los ejercicios resueltos (Ver Anexo 5.7 y 5.8) para que puedan estudiar en casa.

La dificultad de los problemas que se han resuelto en clase ha ido aumentando a lo largo de las sesiones, se ha combinado la resolución de problemas propuestos en el libro de texto y problemas obtenidos de Pruebas de Selectividad realizadas en la Comunidad Valenciana.

Durante el desarrollo de la unidad didáctica se han tenido en cuenta diferentes organizaciones a la hora de trabajar, se ha trabajado tanto de forma individual como en grupo, para fomentar tanto el aprendizaje como el trabajo en la asignatura.

No hay ningún alumno que demande más ejercicios, por tanto la colección de ejercicios extra para alumnos que demanden más ejercicios no se utiliza, ya que se considera que la carga de trabajo que tienen es elevada por no haber realizado los ejercicios día a día.

Como se ha podido observar durante el desarrollo de las actividades de la unidad didáctica, ya desde el principio se plantea que esta unidad sea abierta para adaptarse a las dificultades que surgen durante el desarrollo de las diferentes sesiones como medida de atención a la diversidad. Se dispone de la posibilidad de añadir más sesiones en caso necesario, ya que en lugar de las 10 sesiones planteadas antes del examen, en un principio se diseñaron 8. Debido a las características del alumnado, la profesora del grupo ya planteó está posibilidad, ya que esta es la última unidad didáctica del curso, de esta manera, se pudo disponer de estas sesiones extra.

2.8. EVALUACIÓN

Al comienzo de la unidad didáctica, se realiza una **evaluación inicial** a partir de la recogida de datos utilizando un cuestionario. De esta forma se pretende establecer el nivel del grupo y hacer frente a estos resultados en las siguientes sesiones.

Durante el desarrollo de las sesiones se sigue una **evaluación formativa**, el profesor realiza una recogida continua y sistemática de datos, tanto del proceso de aprendizaje del alumnado como del comportamiento del alumnado (faltas de asistencia o realización de las tareas propuestas). Esta evaluación es de gran importancia dentro de una concepción formativa de la evaluación (Albadalejo, 2011), porque permite tomar decisiones de mejora sobre la marcha, como ha ocurrido durante el desarrollo de la unidad didáctica, que a partir de la observación se decide modificar algunas sesiones para conseguir el mayor grado de aprendizaje por parte de los alumnos.

También se tiene en cuenta el trabajo realizado en grupo por los estudiantes, que es evaluado teniendo en cuenta los requisitos establecidos en la rúbrica (Ver Anexo 5.6).

Finalmente tiene lugar la **evaluación final** a través de la valoración del examen escrito, siguiendo los criterios de corrección a partir de una rúbrica (Ver Anexo 5.11).

Los **criterios de evaluación** de contenido docente son los siguientes:

- Encontrar la región factible asociada a un conjunto de restricciones.
- Plantear y resolver problemas que traten de maximizar o minimizar una función cuando sus incógnitas están sujetas a unas restricciones expresables mediante desigualdades.
- Calcular el máximo y el mínimo de una función de dos variables en una región convexa.

Además, también se evalúan otros aspectos como el orden y la claridad en los ejercicios escritos y la comunicación lingüística.

2.9. ANÁLISIS CAMBIO

Tras introducir las propuestas de mejora, teniendo en cuenta la metodología innovadora comentada en puntos anteriores, en este apartado se comentan los resultados obtenidos.

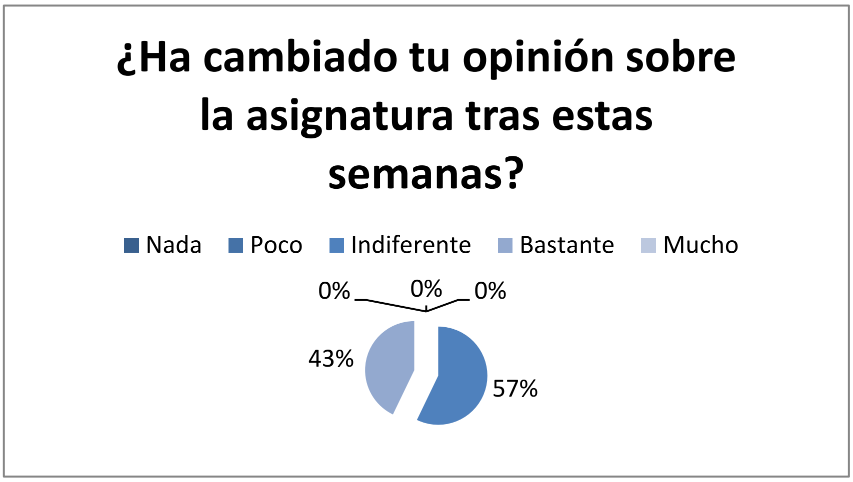
Aunque los resultados han sido mejores de lo esperado, el trabajo de los alumnos durante el desarrollo de las sesiones no ha sido el deseado. Tal y como sugiere la profesora del grupo; estos alumnos estudian al final para intentar superar el examen, y así ha ocurrido. Durante las sesiones se ha observado el escaso interés para realizar los deberes marcados, en cambio en las últimas sesiones, de cara al examen, el interés por la mayoría de alumnos ha ido en aumento.

Tras las semanas de implementación de la unidad didáctica, el último día anterior al examen se realiza un cuestionario para observar si la opinión sobre la asignatura ha cambiado o muestran un aumento de motivación en la asignatura. También se aprovecha para introducir preguntas referentes a la profesora en prácticas, de manera que pueda tener una idea sobre su actuación.

Tú opinión sobre la asignatura

1. ¿Ha cambiado tu opinión sobre la asignatura tras estas semanas? ¿Por qué?

1	2	3	4	5
Nada	Poco	Indiferente	Bastante	Mucho



Gráfica 5: Pregunta 1

La mayoría sigue mostrándose indiferente hacia la asignatura, un 43% (ver Gráfica 5) afirma que ha aprendido más porque ha trabajado más que en otras ocasiones.

2. ¿Sigues pensando lo mismo sobre Programación Lineal? ¿Por qué?

□ Sí

□ No

Aunque se esperaba una respuesta más detallada, los estudiantes dicen haber aprendido sobre la utilidad de la programación lineal.

3. ¿Te ha resultado útil el software mostrado en clase para agilizar la resolución de los problemas de Programación Lineal?

□ Sí

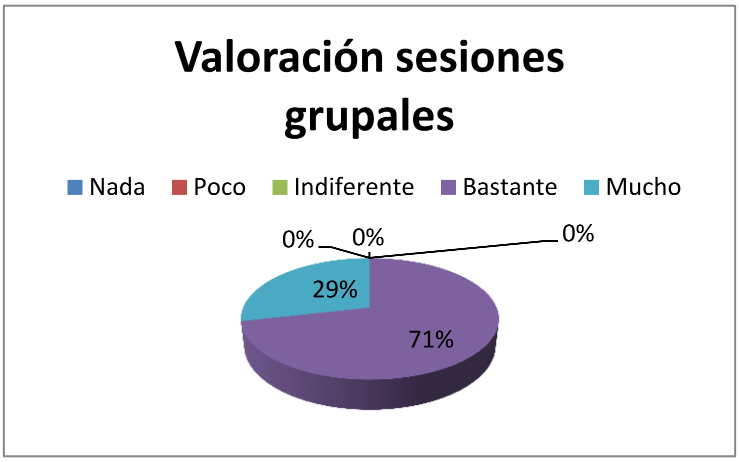
□ No

□ Indiferente

La mayoría reconoce la utilidad del software introducido en clase, para el resto es indiferente.

4. ¿Crees que has aprendido durante las sesiones de trabajo en grupo? ¿Por qué?

1	2	3	4	5
Nada	Poco	Indiferente	Bastante	Mucho



Gráfica 6: Pregunta 4

La valoración de las sesiones grupales es bastante satisfactoria, a partir de la Gráfica 6 y los comentarios de los alumnos, reconocen que les ha servido para aprender más que con el trabajo individual. Por tanto se consigue uno de los objetivos planteados, que aumente el grado de participación del alumnado en la asignatura.

5. ¿Has trabajado lo suficiente en casa para superar este tema con éxito? ¿Por qué?

1	2	3	4	5
Nada	Alguna vez	A veces	Normalmente	Siempre

La mayoría dice haber trabajado a veces, el problema principal, a parte de la pereza o cansancio que dicen tener, es la cantidad de exámenes que tienen durante estas fechas. Aunque de aquí se extrae el principal problema que han arrastrado durante todo el curso, que es la falta de planificación y previsión a la hora de estudiar un curso como 2º de Bachillerato.

6. ¿Te ha resultado difícil seguir las clases de este tema con los conocimientos previos de otros cursos? ¿Por qué?

1	2	3	4	5
No	Un poco	A veces	Bastante	Sí

En general dicen que gracias a los conocimientos anteriores han podido seguir bien la asignatura, este resultado no coincide con el obtenido en la evaluación inicial, ya que sus conocimientos previos eran escasos.

7. ¿Por qué has elegido estudiar esta asignatura?

□ Necesito esta opción para acceder a la carrera universitaria que prefiero, pero no me interesan las matemáticas.

□ Necesito esta opción para acceder a la carrera universitaria que prefiero y además siempre me han gustado las matemáticas.

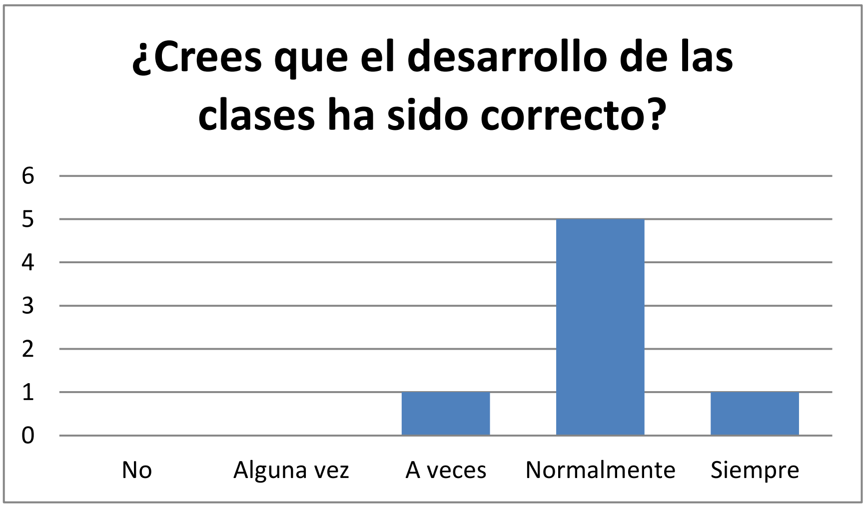
□ Indiferente.

□ No tenía otra opción.

Al cursar esta asignatura en 2º de Bachillerato, se supone que es optativa y los alumnos la eligen libremente, sorprenden las respuestas obtenidas, la mayoría dice haber cursado la asignatura por no cursar la asignatura de griego, 3 de los alumnos han elegido la asignatura porque necesitan está opción de cara a sus estudios futuros. Por tanto no aparece una verdadera motivación en el grupo de cara a la asignatura y es lo que se muestra durante el desarrollo del curso, una pasividad o indiferencia hacia ella.

8. ¿Crees que el desarrollo de las clases ha sido correcto? ¿Por qué?

1	2	3	4	5
No	Alguna vez	A veces	Normalmente	Siempre



Gráfica 7: Pregunta 8

A la hora de planificar unidades didácticas posteriores, conviene conocer la opinión de los alumnos sobre el desarrollo de las sesiones y la actuación del docente. Para la mayoría (Ver Gráfica 7) el desarrollo de las sesiones ha sido correcto.

9. Las explicaciones de la profesora han sido claras y me han ayudado a entender la materia: ¿Por qué?

1	2	3	4	5
Nunca	Alguna vez	A veces	Normalmente	Siempre

Casi todos los alumnos coinciden con que las explicaciones realizadas han sido claras y les han facilitado la comprensión de la asignatura.

10. Los materiales propuestos han sido adecuados y me han facilitado el seguimiento de la materia:

□ Sí
□ A veces
□ No

Para los alumnos los materiales utilizados en clase han sido los adecuados. Aunque mi opinión como profesora, es que no han sabido aprovechar la ventaja de tener todos los ejercicios resueltos en el aula virtual de cara a la preparación del examen.

En general se observa una mayor implicación del alumnado en el proceso de aprendizaje, al trabajar en grupo parece que su motivación aumenta, ya que se dan cuenta del estudio que tienen que realizar para resolver los problemas correctamente. Por otra parte, el cambio de profesor también ha ofrecido otra perspectiva a los alumnos.

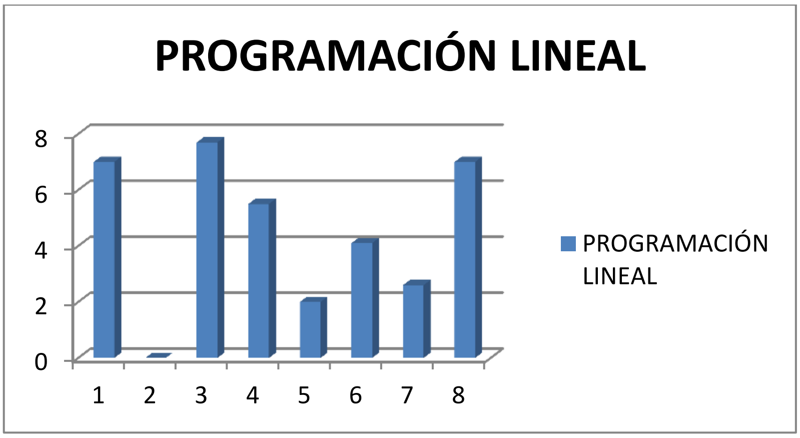
En cuanto a los resultados obtenidos se observa una mejoría respecto a los resultados obtenidos en exámenes anteriores tal y como se aprecia en la Tabla 13 donde aparecen las notas del trabajo en grupo y del examen.

ALUMNO	TRABAJO EN GRUPO	EXAMEN	TOTAL
1	0,28	**7**	**7,3**
2	*NP*	*NP*	*NP*
3	0,5	**7,7**	**8,2**
4	0,4	**5,5**	**6**
5	0,28	**2**	**2,3**
6	0,5	**4,1**	**4,7**
7	0,61	**2,6**	**3,2**
8	0,61	**7**	**7,7**

Tabla 13: Notas programación lineal

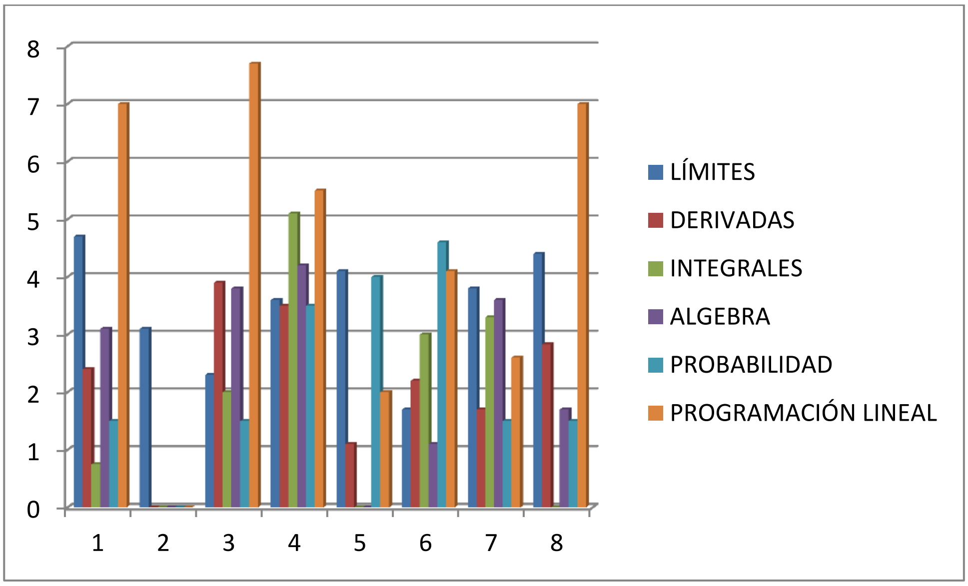
De los 8 alumnos que forman el grupo aprueban el contenido de programación lineal 5 de ellos, cabe señalar que el alumno 2 además de no acudir a las clases tampoco lo hace al examen. Acerca de los dos alumnos que suspenden el examen, el alumno 2 no muestra el interés deseado a lo largo de las sesiones, en cambio con el alumno 7 se observa interés y esfuerzo por entender la asignatura, aunque la falta de trabajo hace insuperable el examen por no tener anclados los conocimientos mínimos requeridos.

Las notas del examen han sido más elevadas que en otras ocasiones, tal como se observa en la Gráfica 8, hay 3 alumnos que superan el 6. Puede deberse a que el esfuerzo realizado durante el trabajo en grupo les haya recompensado.



Gráfica 8: Notas examen programación lineal

Estos resultados son superiores a los obtenidos en el resto de exámenes realizados durante el curso, como muestra la Gráfica 9:



Gráfica 9: Notas exámenes

En esta Gráfica 9 se aprecia claramente la variación de resultados durante el curso, la mayoría tienen todos los bloques suspensos, excepto los alumnos 5 y 7, el resto han mejorado considerablemente con el tema de programación lineal.

Aunque no se ha conseguido que todo el grupo apruebe, sí que se aprecia un incremento en las notas tras aplicar las propuestas de mejora.

2.10. NUEVAS PROPUESTAS DE MEJORA

A partir de la implantación de la unidad didáctica durante el segundo período de prácticas y de los resultados obtenidos, cabe señalar posibles mejoras a adoptar en un futuro.

Algunas causas de errores y **dificultades** que se observan en el desarrollo de la labor docente han sido comentadas por Godino (2003):

- Dificultades relacionadas con los contenidos matemáticos.
- Dificultades causadas por la secuencia de actividades propuestas: los contenidos no se encuentran bien estructurados, los materiales no son adecuados, la presentación del tema que realiza el profesor no es clara y no está organizada, no se entiende el discurso del profesor.
- Dificultades que se originan en la organización del centro como pueden ser aspectos como horario o número de alumnos en el aula.
- Dificultades relacionadas con la motivación del alumnado, en ocasiones puede ocurrir que las actividades propuestas por el profesorado a los alumnos sean significativas y que la metodología sea la adecuada, pero que el alumnado no esté en condiciones de hacerlas suyas porque no esté motivado. Esto puede estar relacionado con la autoestima y la historia escolar del alumno.
- Dificultades relacionadas con el desarrollo psicológico de los alumnos.
- Dificultades relacionadas con la falta de dominio de los contenidos anteriores.

Además de tener en cuenta los aspectos mostrados por Godino (2003), también es útil valorar los comentarios realizados por los alumnos sobre el profesor en la encuesta final mostrada en el apartado anterior. Así pues, aunque la valoración global hacia la profesora en prácticas es satisfactoria, según algún comentario se puede tener en cuenta una mayor claridad tanto en las explicaciones como en las exposiciones de los diferentes conceptos.

Por otra parte, se podrían incluir diferentes aspectos para **incentivar el trabajo en casa**, para obligar de alguna manera a los alumnos a realizar las diferentes tareas y de esta manera se consiga un anclaje de los conocimientos diario. Sin embargo, habría que pensar el método correcto para evitar que los alumnos acudan a las academias y éstas resuelvan los ejercicios, de esta manera, además de no conseguir un aprendizaje satisfactorio, también es una forma de penalizar al alumno que no puede asistir a estas academias.

Hay que tener en cuenta que la metodología didáctica nunca es perfecta, el profesor ha de adaptarse a los posibles cambios que surjan, y lo que quizá sea válido para un grupo no lo sea para el siguiente. De ahí, la importancia de la innovación docente de la que se ha hablado en diferentes ocasiones durante el trabajo.

Es importante comentar las **limitaciones** que se encuentra el docente al innovar. El profesorado vive una tensión entre el cambio y la continuidad (Albadalejo, 2011), mediatizada por creencias y presiones externas a menudo poco favorables a la cultura de la innovación, a las relaciones cambiantes de poder en el interior de los centros y a los ritmos de implantación de las innovaciones.

Las **resistencias al cambio** son de diversa naturaleza:

- La debilidad de las relaciones interpersonales y democráticas.
- La ausencia de compromisos firmes para compartir objetivos y proyectos comunes.
- Los enfrentamientos o tensiones en el centro que impiden plantear alternativas.
- La falta de planificación y coordinación.
- La aplicación homogeneizada y descontextualizada de la innovación que no tiene en cuenta la historia y tradición del centro, las condiciones de su aplicación, los tiempos y ritmos a la hora de tomar decisiones y fijar prioridades, la disponibilidad y grado de implicación del profesorado
- El saber del profesorado, más basado en la intuición que en la fundamentación teórica y científica como consecuencia de su formación inicial y permanente precaria
- La rigidez de la organización y gestión de los centros así como de los espacios y tiempos escolares

Así pues, el docente al llevar a cabo una **etapa de innovación didáctica**, debe incluir diferentes factores, (Albadalejo, 2011):

- Educación más activa y formación más práctica, fundamentada en el uso de TIC.
- Conciencia por parte del profesorado como motor del cambio educativo, con apoyo de la administración y las familias.
- La innovación como resultado de una responsabilidad ética y profesional.
- Adaptación de los espacios y tiempos para permitir la investigación y la innovación.
- La prioridad debe ser el aprendizaje, por encima de la enseñanza. El alumno y su aprendizaje son los protagonistas en el proceso educativo.
- Aumento de la interactividad entre el profesor y los estudiantes, y el estímulo al trabajo en equipo, de alumnos y profesores.
- Las TIC juegan un papel importante, pero por sí solas no puede generar cambio educativo alguno. La mayor o menor presencia de las TIC depende del mayor o menor grado de madurez del alumnado y de las posibilidades materiales reales.
- Cada realidad educativa y cada área de conocimiento necesita de unas medidas de innovación propias.

Con todo esto, se pretende dejar de lado la metodología tradicional en la que el docente es un mero transmisor del conocimiento y los alumnos receptores, involucrando no solo a docentes sino todo el centro educativo incluyendo a las familias, así pues se intenta conseguir una educación de calidad en la que los alumnos obtienen un rendimiento satisfactorio, en cuanto a conocimientos y su desarrollo como personas.

3. CONCLUSIONES Y VALORACIÓN PERSONAL

Con el presente proyecto se ha llevado a cabo la implementación de una mejora educativa en la unidad didáctica de programación lineal. Las principales áreas de mejora detectadas fueron la falta de motivación e interés del alumnado y los pésimos resultados académicos obtenidos durante el resto del curso.

Con el cuestionario completado por los alumnos durante la primera sesión, además de obtener una evaluación inicial y situar el nivel del grupo, se pretende obtener una opinión global de éstos sobre la asignatura, que se contrasta con el cuestionario final durante las últimas sesiones. Se intenta detectar cuál es la falta de motivación, ya que, al situarse en el curso de preparación para la universidad, está actitud debería ser totalmente diferente.

Se observan diferentes casos, desde alumnos que no tienen la asignatura de matemáticas del curso anterior aprobada, hasta alumnos que han elegido la asignatura por no realizar la asignatura de griego, es decir, su motivación es escasa o nula. En cambio, otra parte del grupo, elige la asignatura conscientemente ya que es necesaria para sus futuros estudios, aunque se aprecia pasividad, quizás debida a la falta de autogestión de la gran demanda de trabajo del curso en el que se encuentran, normalmente, habituados a estudiar a última hora de cara al examen.

A través del cambio de metodología se intenta cambiar la actitud del alumnado, de forma que estén más implicados en el proceso de enseñanza-aprendizaje y puedan mejorar sus resultados académicos. Se detecta que la introducción de las nuevas metodologías, es decir, la aplicación de software informático para facilitar la tarea llevada a cabo, les supone un esfuerzo extra, y que al no ser evaluado, no les vale la pena. Quizá este sea un aspecto a mejorar en futuras sesiones, ya que al finalizar sus estudios deberían adquirir aspectos como la competencia digital, útil en su futuro universitario.

Por otra parte, en general, muestran interés en las sesiones de trabajo en grupo, cabe señalar que tanto su actitud y el trabajo realizado se tienen en cuenta en la evaluación final.

Los resultados obtenidos tras la implantación de la unidad didáctica han sido satisfactorios, ya que aprueban 5 de los 8 alumnos del grupo. Por tanto, se considera que las innovaciones introducidas han sido un éxito.

Aun así, se pueden mejorar diferentes aspectos de la unidad didáctica como puede ser, dar mayor importancia a las nuevas tecnologías introduciendo sesiones en el aula de informática. También potenciar diversos factores en el trabajo colaborativo, ya que al no estar acostumbrados a esta dinámica, al principio les cuesta trabajar en grupo. Por otra parte, también se ha comentado el hecho de poder introducir alguna mejora para conseguir que los alumnos trabajen los conceptos explicados en clase diariamente, está es una de las limitaciones que se aprecia en la unidad didáctica. Ya que al ser una unidad abierta, se ha ido modificando alguna de las sesiones para dar atención a la diversidad y conseguir que el alumnado interiorice los diferentes contenidos didácticos.

Es fundamental motivar al alumnado para poder conseguir el éxito en el proceso enseñanza-aprendizaje, como sugiere Vaello (2013), "el secreto de la educación […] consiste más en contagiar las ganas que en transmitir conocimientos. Si les contagias ganas, pueden buscar conocimientos; pero si sólo les transmites conocimientos, no pueden buscar ganas."

Para finalizar quiero agradecer a la *profesora del centro IES El Caminàs, MªJosé Peris*, la ayuda facilitada durante todo el proceso, además de su predisposición a la hora de aplicar las diferentes innovaciones propuestas y no mostrar ninguna limitación. Albadalejo (2011) establece que las verdaderas limitaciones de la innovación docente son todas aquellas barreras y obstáculos (sociales, psicológicos, culturales, económicos, etc.), que impiden una reconciliación de los tres elementos básicos de la educación: profesorado-currículum-alumnado.

Por último, se ha podido comprobar una variación en los resultados obtenidos por los alumnos tras introducir diferentes cambios en la didáctica de la asignatura. Ha sido una experiencia satisfactoria a lo largo de las semanas de implantación de la unidad didáctica, sin embargo, se aprecia la cantidad de trabajo llevada a cabo por los docentes para conseguir un buen rendimiento de los alumnos en el proceso de aprendizaje. Por otra parte, también recalcar que la introducción de las mejoras podría ser aplicable a la programación de todo el curso, de esta manera, creo que se obtendrían resultados más satisfactorios en todos los bloques.

4. BIBLIOGRAFÍA Y WEBGRAFÍA

- Albadalejo, M. y otros. (2011) *Proyecto innovación docente en la UMH 2011*. Consultado: [5, junio, 2015]. Disponible en:http://ocw.umh.es/ciencias-sociales-y-juridicas/Innovacion-docente-e-iniciacion-en-la-investigacion-educativa-458/materiales-de-aprendizaje/temario-completo.pdf
- Alonso, J. (1997). *Motivar para el aprendizaje. Teoría y estrategias.* Colección INNOVA. Ed. Edebé. Barcelona.
- Ausubel, N. H. (1983). *Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo*. México, Editorial Trillas.
- Decreto 112/2007, *de 20 de julio, del Consell, por el que se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunitat Valenciana.* [2007/9717] (DOCV núm. 5562 de 24/07/2007). Consultado: [9, junio, 2015]. Disponible en: http://www.docv.gva.es/portal/ficha_disposicion.jsp?id=24&sig=9809/2007&L=1&url_lista
- Díaz, M. (2015). *Aplicaciones de la programación lineal.* **Trabajo de la** Asignatura SAP506 de Máster Profesorado Educación Secundaria y Bachillerato. Curso 2014/2015.
- Godino, J. y otros (2013) *Componentes e indicadores de idoneidad de programas de formación de profesores en didáctica de las matemáticas*. Consultado [8, junio, 2015]. Disponible en: http://www.ugr.es/~jgodino/eos/Godino_REVEMAT_2013.pdf
- González, L. (2009). *Una calculadora gráfica para la enseñanza de las matemáticas. Software para la enseñanza de la programación lineal.* Consultado: [5, junio, 2015]. Disponible: http://recursostic.educacion.es/observatorio/web/es/component/content/article/1056-monografico-una-calculadora-grafica-para-la-ensenanza-de-las-matematicas?start=3
- Ley Orgánica de Educación 2/2006, de 3 de mayo. Consultado: [9, junio, 2015]. Disponible en: http://www.boe.es/boe/dias/2006/05/04/pdfs/A17158-17207.pdf
- Martín, C. y Navarro, J. (2011) *Psicología para el profesorado de Educación Secundaria y Bachillerato*. Madrid. Ediciones Pirámide.
- Miró, J. (2008). *Taller de trabajo en grupo: principios básicos.* Consultado [2, junio, 2015]. Disponible en: http://bioinfo.uib.es/~joemiro/TTrGrupo/principios.pdf
- Moliner, O., Sanchiz, M. Y Sales, A. (2009). *Procesos y contexto educativos: estrategias metodológicas.* **Apuntes de la** Asignatura SAP003 de Máster Profesorado Educación Secundaria y Bachillerato. Curso 2014/2015.

- Monteagudo, F. y Paz, J. (2009). *2º Bachillerato Matemáticas Humanidades y Ciencias Sociales.* Zaragoza, editorial Edelvives.
- Pujolàs, P. (2008). *El aprendizaje cooperativo.* Barcelona, Editorial Grao.
- Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria (BOE núm. 5, 677 de 5/1/2007). Consultado: [9, junio, 2015]. Disponible en: http://www.boe.es/boe/dias/2007/01/05/pdfs/A00677-00773.pdf
- Vaello, J. (2013). *Motivar a adolescentes*. Consultado [29, mayo, 2015]. Disponible en: http://www.grao.com/forums/Motivar-a-adolescentes
- Vásquez, A. (2008). *Individualismo, modernidad líquida y terrorismo hipermoderno; de Bauman a Sloterdijk.* Konvergencias, Filosofía y Culturas en Diálogo, año V, Nº 17 Abril.

WEBRAFÍA

- *Calculadora gráfica.* Consultado: [20, abril, 2015]. Disponible en: http://www.perfectea.es/PL/pl.htm
- *Ejercicios de Selectividad.* Consultado: [20, abril, 2015]. Disponible en http://www.segundoperez.es/
- *Exámenes Selectividad Universitat Jaume I.* Consultado: [20, abril, 2015]. Disponible en: http://www.uji.es/infopre/trans/cas/examens/
- *GEOGEBRA. Matemática dinámica para aprender y enseñar.* Consultado: [20, abril, 2015]. Disponible en: https://www.geogebra.org/
- *PhPSimplex. Optimizando recursos con Programación Lineal.* Consultado: [10, junio, 2015]. Disponible en: http://www.phpsimplex.com/simplex/simplex.htm?l=es

5. ANEXOS

5.1. CUESTIONARIOS INICIALES

CUESTIONARIO INICIAL

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

Nombre:____

Curso:_______________________**Fecha:**_____________________

Tú opinión sobre la asignatura y conocimientos previos

1. ¿Te gustan las matemáticas?

1	2	3	4	5
Nada	Poco	Indiferente	Bastante	Mucho

¿Por qué?

____

____

2. ¿Crees que las matemáticas son importantes?

1	2	3	4
Nada	A veces	Bastante	Mucho

3. ¿Encuentras utilidad a las matemáticas fuera del instituto?

☐ Sí

☐ A veces

☐ No

¿Por qué?

____

____

4. ¿Sabes qué es la Programación Lineal?

5. ¿Te gustaría aprender Programación Lineal utilizando el ordenador?

☐ Sí

☐ No

☐ Indiferente

6. ¿Crees que la Programación Lineal se utiliza en la vida diaria?

☐ Sí

☐ No

¿Por qué?

____

____

7. ¿Prefieres trabajar de forma individual o en grupo?

☐ Prefiero trabajar de forma individual

☐ No me motiva especialmente el trabajo en grupo

☐ Indiferente

☐ Creo que es una buena idea

8. ¿Realizas los deberes de la asignatura en casa?

1	2	3	4	5
Nunca	Alguna vez	A veces	Normalmente	Siempre

9. ¿Piensas enfocar tu carrera profesional alrededor de las matemáticas?

☐ Sí

☐ No

☐ No lo se

¿Por qué?

____

____

10. ¿Crees que es una asignatura difícil?

1	2	3	4	5
No	Un poco	A veces	Bastante	Sí

¿Por qué?

____

____

11. ¿Qué es una inecuación?

12. Escribe un ejemplo.

13. Representa en el eje de coordenadas una inecuación con dos incógnitas.

14. ¿Se pueden resolver gráficamente sistemas de inecuaciones con dos incógnitas? En caso afirmativo, ¿Cuál sería la solución?

☐ Sí

☐ No

15. ¿Sabes distinguir entre la solución de una inecuación con una incógnita y una inecuación con dos incógnitas?

☐ Sí

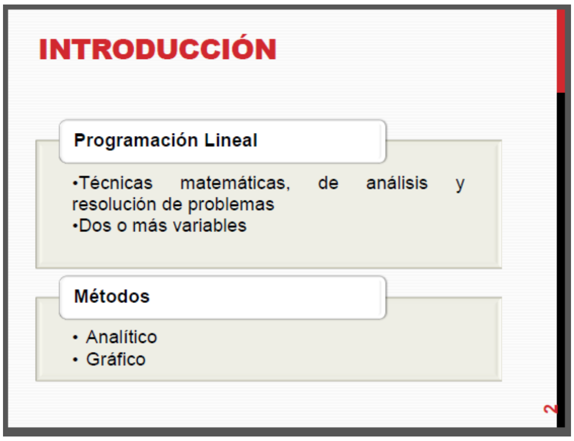
☐ No

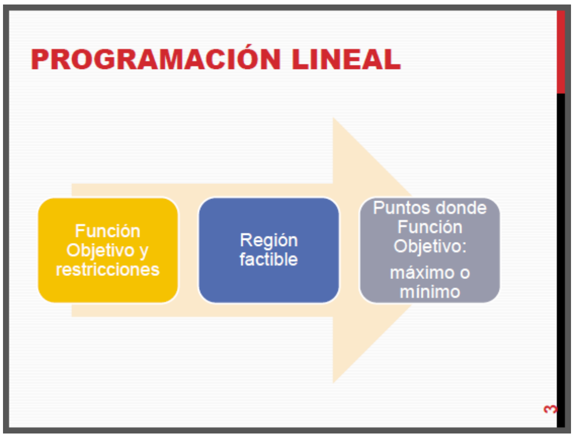
¿Cuál es la diferencia?

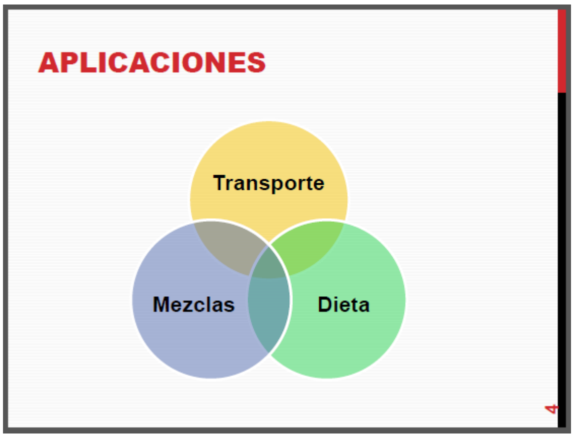
____

____

5.2. QUÉ ES PROGRAMACIÓN LINEAL Y SUS APLICACIONES







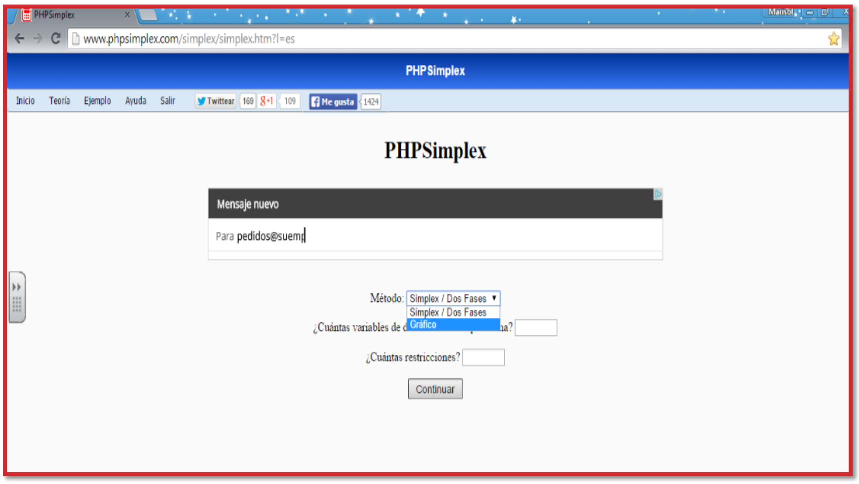
APLICACIONES: EJEMPLOS

Organización	Aplicación	Año	Ahorros anuales
San Francisco Police Department	Optimización de la programación y asignación de patrullas	1989	$11 millones
IBM	Integración de una red nacional de inventario de recambios	1990	$20 millones + $250 ahorro
American Airlines	Sistema de estructura de precios, sobreventas y coordinación de vuelos	1992	$500 millones más de ingresos
New Haven Health Dept.	Programa cambio de agujas para combatir el contagio del SIDA	1993	33% menos contagios
Procter & Gamble	Rediseño del sistema de producción y distribución para reducir costos y mejorar la rapidez	1997	$200 millones

6

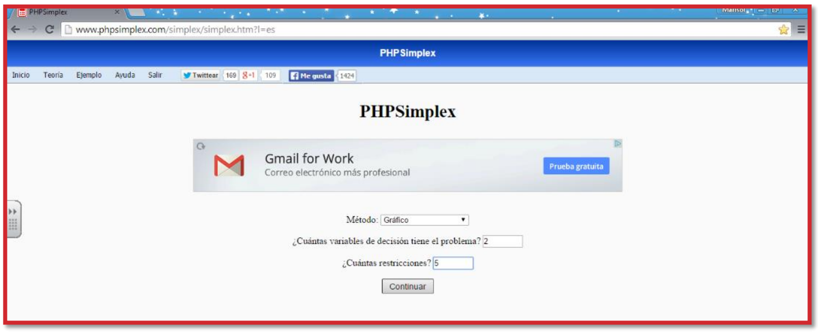
5.3 PROBLEMA RESUELTO CON *PHPSIMPLEX*

ELEGIR EL MÉTODO:



1

NÚMERO DE VARIABLES Y ESTRICCIONES:



2

COMPLETAR LAS CASILLAS:

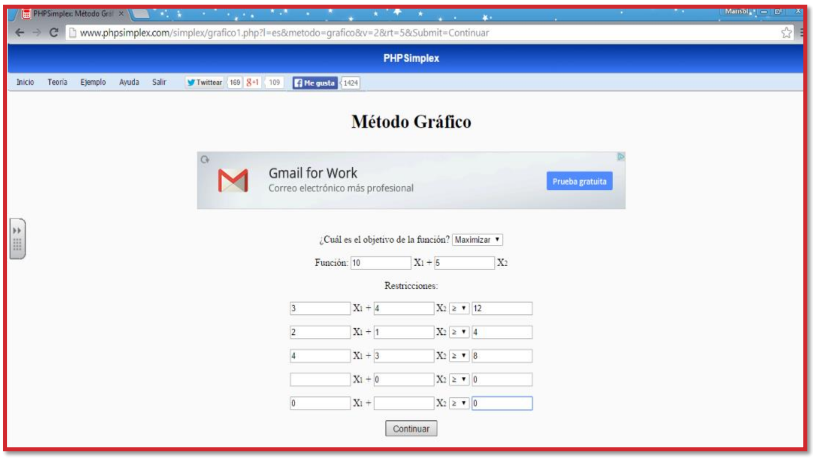


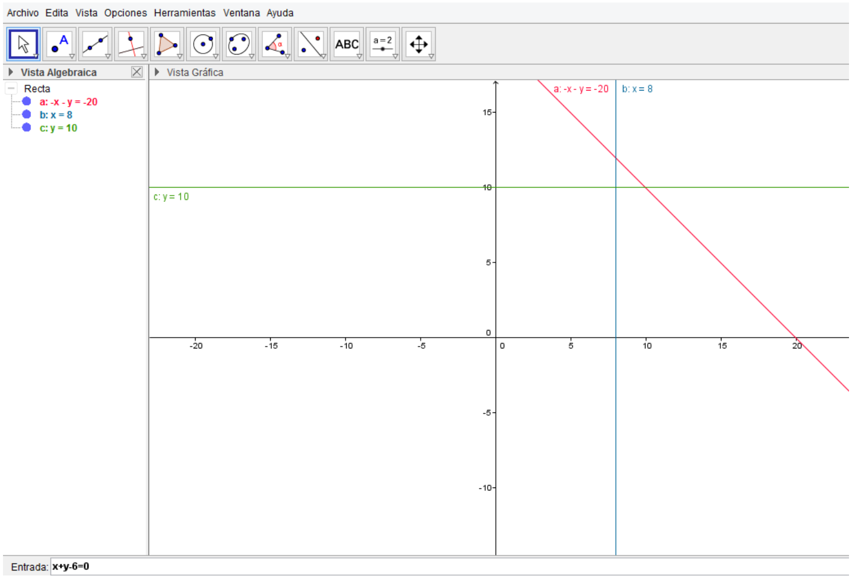
TABLA DE RESULTADOS:

Punto	Coordenada X (X_1)	Coordenada Y (X_2)	Valor de la función objetivo (Z)
O	0	0	0
A	0	3	15
B	4	0	40
C	4 / 5	12 / 5	20
D	0	4	20
E	2	0	20
F	0	8 / 3	40 / 3

5.4. PROBLEMA RESUELTO CON GEOGEBRA

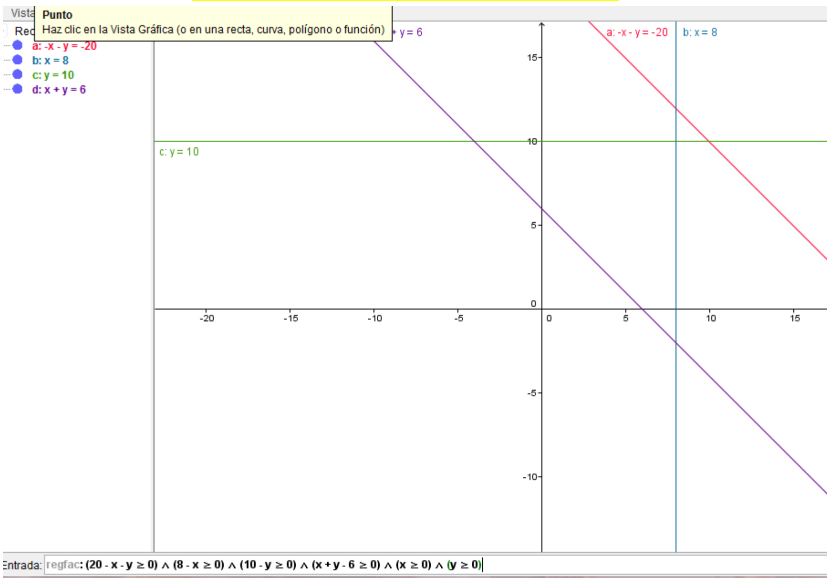
1. OBTENER LAS RESTRICCIONES Y LA FUNCIÓN OBJETIVO A PARTIR DEL ENUNCIADO
2. UTILIZAR GEOGEBRA PARA OBTENER LAS COORDENADAS DE LA REGIÓN FACTIBLE:

   2.1. Introducir rectas en la caja de entrada:

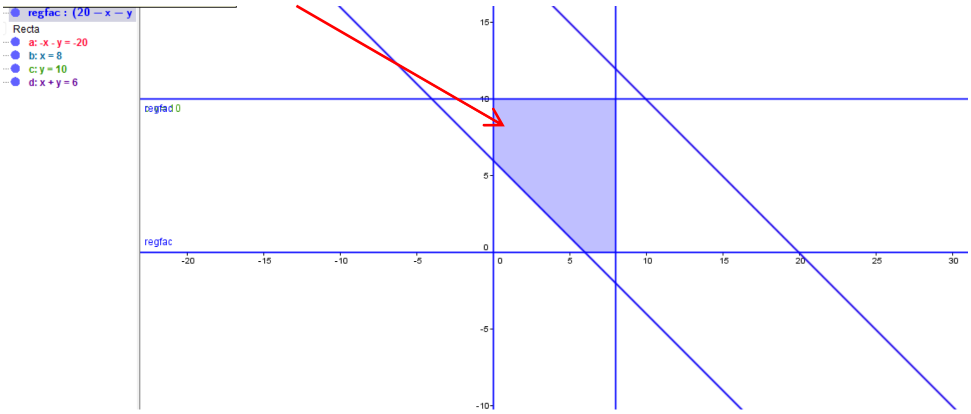


   2.2. Para obtener la región factible introducir en la caja de entrada:

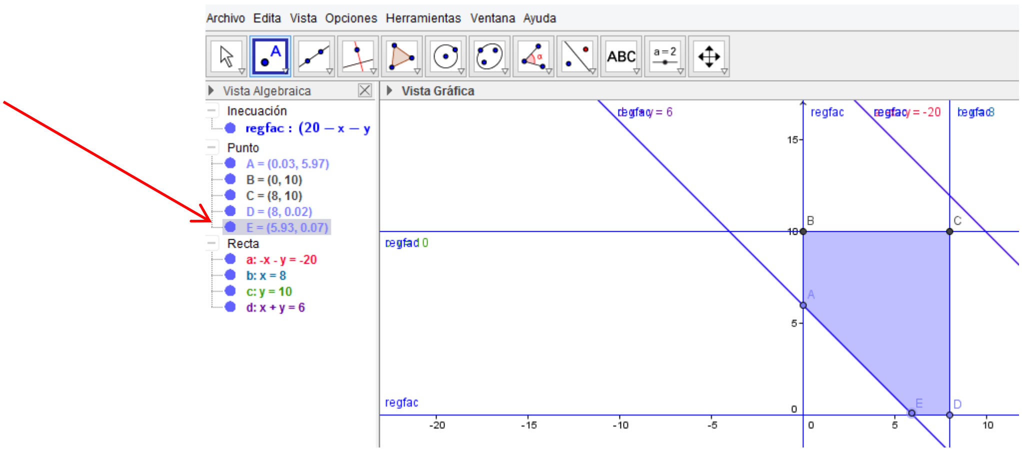
regfac:(restricción 1)^(restricción 2)…



Al introducir esta acción aparece sombreada la región factible:



2.3. Las coordenadas de los vértices de la región factible se obtienen seleccionando cada uno de ellos con la opción de la barra de herramientas de punto seleccionada:



2.4. Por último solo queda sustituir en la función objetivo cada uno de los puntos para obtener el máximo o mínimo demandado por el problema.

5.5. ENUNCIADOS PROBLEMAS TRABAJO EN GRUPO

GRUPO A

Instrucciones:

- Debéis completar los problemas indicados entre todos los miembros del grupo. Para ello tendréis que tomar decisiones de forma común.
- Sólo consultaréis al profesor en caso de que no se alcance consenso entre todos los miembros del grupo.
- Deberéis entregar lo realizado al profesor al finalizar la sesión.
- Recordad que debe presentarse la solución del problema de forma razonada.
- *Importante:* El trabajo realizado así como la actitud en clase puede llegar a contar hasta un 10% de la nota del examen.

PROBLEMA 1

Cierto armador se dedica a la pesca de rape y merluza. Las cuotas pesqueras imponen que sus capturas totales no excedan las 30 Tm. Por otro lado, la cantidad de rape como máximo puede triplicar a la de merluza y, además, esta última no puede superar las 18 Tm. Si el precio del rape es de 15€/kg y el de la merluza 10€/kg, ¿qué cantidades de cada especie debe pescar para maximizar sus ingresos?

PROBLEMA 2

Una fábrica de fertilizantes produce dos tipos de abono, A y B, a partir de dos materias primas M1 y M2. Para fabricar 1 Tm de A hacen falta 500 kg de M1 y 750 kg de M2, mientras que las cantidades de M1 y M2 utilizadas para fabricar 1 Tm de B son 800 kg y 400 kg, respectivamente. La empresa tiene contratado un máximo de 10 Tm de cada materia prima y vende a 1000€ y 1500€ cada tonelada de abono de A y B, respectivamente. Sabiendo que la demanda de B nunca llega a triplicar la de A, ¿cuántas toneladas de cada abono debe fabricar para maximizar sus ingresos y cuáles son éstos?

PROBLEMA 3

Las necesidades vitamínicas de una persona son de un mínimo de 36 mg de vitamina A, 28 mg de vitamina C y 34 mg de vitamina D. Estas necesidades se cubren tomando pastillas de la marca Energic y de la marca Vigor. Cada pastilla de la marca Energic cuesta 0,03€ y proporciona 2 mg de vitamina A, 2 mg de vitamina C y 8 mg de vitamina D. Cada pastilla de la marca Vigor cuesta 0,04€ y proporciona 2 mg de vitamina A, 2 mg de vitamina C y 2 mg de vitamina D. ¿Cuántas pastillas de cada marca se han de tomar diariamente si se desean cubrir las necesidades vitamínicas básicas con el menor coste posible? Determinar dicho coste.

PROBLEMA 4

Ejercicio 40 página 100

PROBLEMA 5

Ejercicio 44 página 100

GRUPO B

Instrucciones:

- Debéis completar los problemas indicados entre todos los miembros del grupo. Para ello tendréis que tomar decisiones de forma común.
- Sólo consultaréis al profesor en caso de que no se alcance consenso entre todos los miembros del grupo.
- Deberéis entregar lo realizado al profesor al finalizar la sesión.
- Recordad que debe presentarse la solución del problema de forma razonada.
- *Importante:* El trabajo realizado así como la actitud en clase puede llegar a contar hasta un 10% de la nota del examen.

PROBLEMA 1

Una escuela prepara una excursión para 400 alumnos. La empresa de transporte tiene 8 autobuses de 40 plazas y 10 autobuses de 50 plazas, pero sólo dispone de 9 conductores. El alquiler de un autobús grande cuesta 80€ y el de uno pequeño 60€. Calcular cuántos de cada tipo hay que utilizar para que la excursión resulte lo más económica posible para la escuela.

PROBLEMA 2

Una empresa va a construir dos tipos de apartamentos, uno de lujo y otro de superlujo. El coste del modelo de lujo es de 1 millón de euros y el de superlujo 1,5 millones, disponiendo para la operación 60 millones de euros. Para evitar riesgos, se cree conveniente construir al menos tantos apartamentos de lujo como de superlujo y, en todo caso, no construir más de 45 apartamentos de lujo. ¿Cuántos apartamentos de cada tipo le interesa construir a la empresa si quiere maximizar el número total de apartamentos construidos? ¿Agotará el presupuesto disponible?

PROBLEMA 3

Una refinería de petróleo adquiere dos tipos de crudo, ligero y pesado, a un precio de 70 y 65 € por barril, respectivamente. Con cada barril de crudo ligero la refinería produce 0,3 barriles de gasolina 95, 0,4 barriles de gasolina 98 y 0,2 barriles de gasoil. Asimismo, con cada barril de crudo pesado produce 0,1, 0,2 y 0,5 barriles de cada uno de estos tres productos, respectivamente. La refinería debe suministrar al menos 26300 barriles de gasolina 95, 40600 barriles de gasolina 98 y 29500 barriles de gasoil. Determina cuántos barriles de cada tipo de crudo debe comprar la refinería para cubrir sus necesidades de producción con un coste mínimo y calcula éste.

PROBLEMA 4

Ejercicio 32 página 99

PROBLEMA 5

Ejercicio 53 página 101

GRUPO C

Instrucciones:

- Debéis completar los problemas indicados entre todos los miembros del grupo. Para ello tendréis que tomar decisiones de forma común.
- Sólo consultaréis al profesor en caso de que no se alcance consenso entre todos los miembros del grupo.
- Deberéis entregar lo realizado al profesor al finalizar la sesión.
- Recordad que debe presentarse la solución del problema de forma razonada.
- *Importante:* El trabajo realizado así como la actitud en clase puede llegar a contar hasta un 10% de la nota del examen.

PROBLEMA 1

Un ganadero dispone de alimento concentrado y forraje para alimentar sus vacas. Cada kg de alimento concentrado contiene 300 g de proteína cruda (PC), 100 g de fibra cruda (FC) y 2 Mcal de energía neta de lactancia (ENL) y su coste es 11 €. Por su parte, cada kg de forraje contiene 400 g de PC, 300 g de FC y 1 Mcal de ENL, siendo su coste de 6,50 €. Determina la ración alimenticia de mínimo coste si sabemos que cada vaca debe ingerir al menos 3500 g de PC, 1500 g de FC y 15 Mcal de ENL. ¿Cuál es su coste?

PROBLEMA 2

Un concesionario de coches vende dos modelos de lujo, el A con el que gana 100.000 € por unidad vendida, y el B con el que gana 50.000 € por unidad vendida. El número **x** de coches vendidos del modelo A debe verificar que $50 \leq x \leq 75$. El número **y** de coches vendidos del modelo B debe ser mayor o igual que el número de coches vendidos del modelo A.
Sabiendo que el número máximo de coches que puede vender es 400, determinar cuántos coches debe vender de cada modelo para que su beneficio sea máximo.

PROBLEMA 3

Se pretende cultivar en un terreno dos tipos de olivos: A y B. No se puede cultivar más de 8 ha con olivos de tipo A ni más de 10 ha con olivos de tipo B. Cada hectárea de tipo A requiere una inversión de 500 € y cada una de tipo B, 225 €. Se dispone de 4500 € para realizar dicha inversión. Si cada hectárea de olivar de tipo A y B produce, respectivamente, 500 y 300 litros de anuales de aceite.

a) Obtener razonadamente las hectáreas de cada tipo de olivo que se deben plantar para maximizar la producción de aceite.
b) Obtener la producción máxima.

PROBLEMA 4

Ejercicio 29 página 98

PROBLEMA 5

Ejercicio 48 página 101

GRUPO D

Instrucciones:

- Debéis completar los problemas indicados entre todos los miembros del grupo. Para ello tendréis que tomar decisiones de forma común.
- Sólo consultaréis al profesor en caso de que no se alcance consenso entre todos los miembros del grupo.
- Deberéis entregar lo realizado al profesor al finalizar la sesión.
- Recordad que debe presentarse la solución del problema de forma razonada.
- *Importante:* El trabajo realizado así como la actitud en clase puede llegar a contar hasta un 10% de la nota del examen.

PROBLEMA 1

Un ganadero dispone de alimento concentrado y forraje para alimentar sus vacas. Cada kg de alimento concentrado contiene 300 g de proteína cruda (PC), 100 g de fibra cruda (FC) y 2 Mcal de energía neta de lactancia (ENL) y su coste es 11 €. Por su parte, cada kg de forraje contiene 400 g de PC, 300 g de FC y 1 Mcal de ENL, siendo su coste de 6,50 €. Determina la ración alimenticia de mínimo coste si sabemos que cada vaca debe ingerir al menos 3500 g de PC, 1500 g de FC y 15 Mcal de ENL. ¿Cuál es su coste?

PROBLEMA 2

Una empresa va a construir dos tipos de apartamentos, uno de lujo y otro de superlujo. El coste del modelo de lujo es de 1 millón de euros y el de superlujo 1,5 millones, disponiendo para la operación 60 millones de euros. Para evitar riesgos, se cree conveniente construir al menos tantos apartamentos de lujo como de superlujo y, en todo caso, no construir más de 45 apartamentos de lujo. ¿Cuántos apartamentos de cada tipo le interesa construir a la empresa si quiere maximizar el número total de apartamentos construidos? ¿Agotará el presupuesto disponible?

PROBLEMA 3

Las necesidades vitamínicas de una persona son de un mínimo de 36 mg de vitamina A, 28 mg de vitamina C y 34 mg de vitamina D. Estas necesidades se cubren tomando pastillas de la marca Energic y de la marca Vigor. Cada pastilla de la marca Energic cuesta 0,03€ y proporciona 2 mg de vitamina A, 2 mg de vitamina C y 8 mg de vitamina D. Cada pastilla de la marca Vigor cuesta 0,04€ y proporciona 2 mg de vitamina A, 2 mg de vitamina C y 2 mg de vitamina D. ¿Cuántas pastillas de cada marca se han de tomar diariamente si se desean cubrir las necesidades vitamínicas básicas con el menor coste posible? Determinar dicho coste.

PROBLEMA 4

Ejercicio 32 página 99

PROBLEMA 5

Ejercicio 48 página 101

5.6. RÚBRICA PARA EVALUAR EL TRABAJO EN GRUPO

ASPECTO A VALORAR	INSUFICIENTE (0-24)	LIMITADO (25-49)	REGULAR (50-74)	BUENO (75-89)	EXCELENTE (90-100)
FORMATO (20%)	Presentación no apropiada.	Presentación desordenada y difícil de seguir.	Presentación correcta pero con falta de claridad y contenido.	Presentación ordenada y clara.	Presentación excelente, aparece argumentación y dominio del vocabulario específico.
ACTITUD (20%)	Actitud indiferente. No muestra ningún interés por la materia.	Actitud pasiva y muestra desinterés. Trabajo no cooperativo.	Muestran interés aunque la falta de conocimientos previos impide el correcto desarrollo del grupo.	Hay debate entre los miembros del grupo y muestran interés, pero se aprecia la falta de dedicación a la asignatura que impide el correcto desarrollo de la tarea.	Los miembros del grupo se muestran colaborativos y es evidente el interés por aprender.
CONTENIDO (60%)	No realiza la tarea requerida, bien por pasividad o por falta de conocimientos.	No sigue lo pautado en clase, ni los pasos realizados son correctos.	El ejercicio no está completo, faltan pasos o no están bien realizados.	Realiza el ejercicio pero no ha razonado el resultado.	La resolución del ejercicio sigue las pautas marcadas en clase y demuestra un claro dominio.
Planteamiento (15%)	No plantea el problema.	Planteamiento incorrecto, lo que impide el correcto desarrollo del método.	Planteamiento correcto, aunque los pasos no quedan definidos o no están claros.	Planteamiento correcto, pasos claros y diferenciados, pero no utiliza el vocabulario específico.	Planteamiento correcto, pasos claros y diferenciados, utiliza el vocabulario específico del tema.
Resolución (15%)	No resuelve el problema.	No se sigue la resolución del problema por qué no sigue una estructura lógica y ordenada.	Resuelve el problema pero hay errores de cálculo o comprensión.	Resuelve el problema pero falta claridad.	La resolución es correcta y sigue lo pautado en clase.
Región factible (15%)	No resuelve el problema.	No identifica la región factible.	La región factible no es correcta.	Identifica la región factible pero no realiza correctamente el cálculo de los vértices.	Identifica la región factible y sus vértices correctamente.
Función objetivo (15%)	No resuelve el problema.	No identifica los puntos máximos o mínimos requeridos.	Hay errores que impiden el cálculo correcto de los puntos máximos o mínimos requeridos.	Identifica correctamente los puntos máximos o mínimos requeridos, pero no analiza el resultado.	Identifica correctamente los puntos máximos o mínimos requeridos, analiza el resultado utilizando el vocabulario específico del tema.

5.7. SOLUCIONES EJERCICIOS RESUELTOS EN CLASE

EJERCICIO 11 PÁGINA 97

Considera el siguiente sistema de inecuaciones:

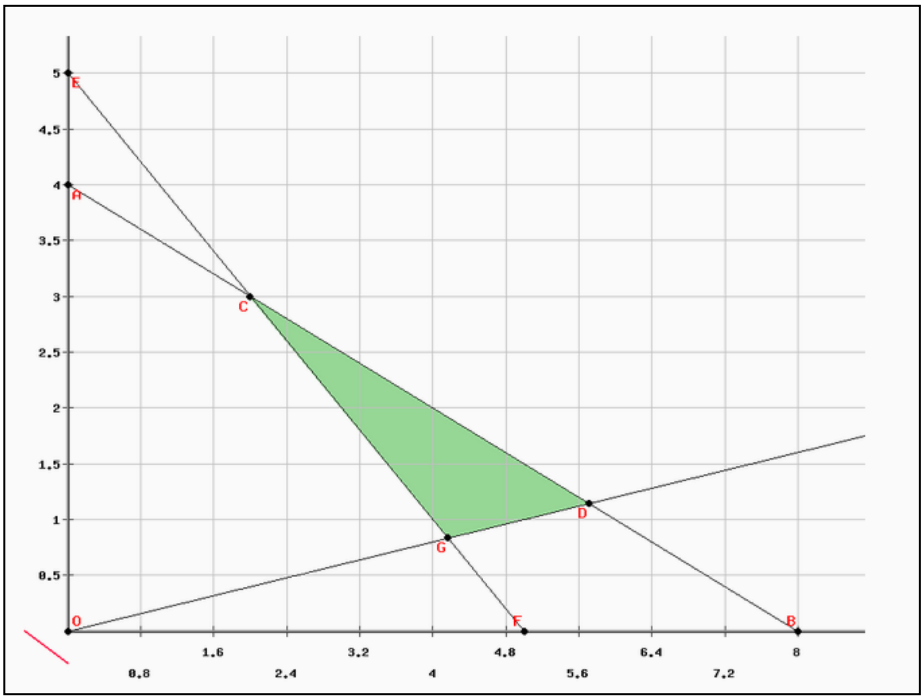
$$x + 2y \leq 8$$

$$x + y \geq 5$$

$$x - 5y \leq 0$$

a) Resuélvelo gráficamente

1. En primer lugar se transforman las inecuaciones en rectas.
2. A continuación se dan valores a las variables (más cómodo x=0 y=0).
3. Se representa cada una de las rectas con un color.
4. Después se estudia el semiplano solución de cada una de las rectas y se sombrea.
5. Por último, la solución del sistema será, si existe, la intersección de las soluciones de los 3 semiplanos. En la siguiente gráfica, la región coloreada se corresponde con la intersección de los 3 semiplanos.



EJERCICIO 30 PÁGINA 98

x: lotes tipo A

y: lotes tipo B

Lotes:	**Lápices**	**Bolígrafos**	**Gomas**	**Beneficio (€):**
x	**1**	**2**	**1**	**1,5**
y	**1**	**3**	**2**	**2**
Disponibilidad:	**1000**	**3000**	**1500**	**¿Máximo?**

A partir del beneficio se obtiene la función objetivo a maximizar:

F.O.(x,y) =1,5x+2y

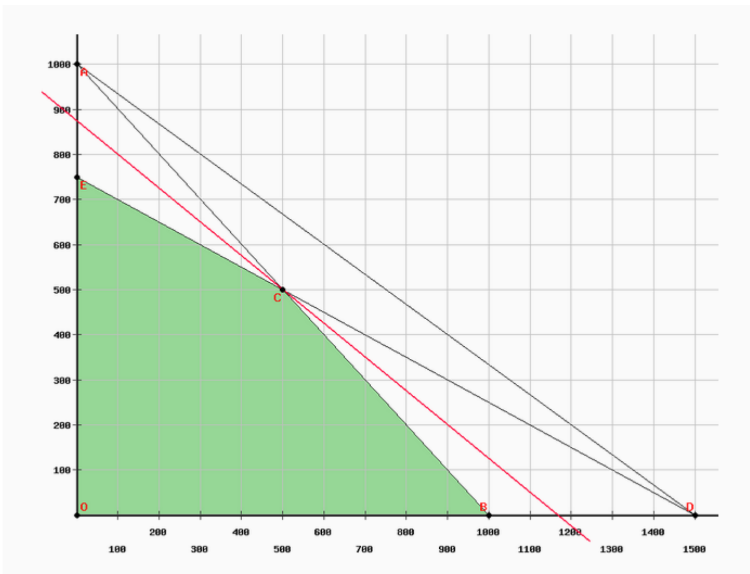
Con el resto de datos de la tabla se deducen las restricciones del problema:

MAXIMIZAR: $1.5\,X_1 + 2\,X_2$

$1\,X_1 + 1\,X_2 \leq 1000$
$2\,X_1 + 3\,X_2 \leq 3000$
$1\,X_1 + 2\,X_2 \leq 1500$
$1\,X_1 + 0\,X_2 \geq 0$
$0\,X_1 + 1\,X_2 \geq 0$

$X_1, X_2 \geq 0$

A continuación se representan las rectas obtenidas a partir de las inecuaciones que forman el conjunto de restricciones:



La región factible que cumple las restricciones del problema aparece sombreada. Ahora solo falta obtener los vértices de esta región para comprobar cuál de ellos maximiza la función objetivo:

Punto	Coordenada X (X_1)	Coordenada Y (X_2)	Valor de la función objetivo (Z)
O	0	0	0
A	0	1000	2000
B	1000	0	1500
C	500	500	1750
D	1500	0	2250
E	0	750	1500

Como se observa en la tabla, el punto C es el que hace máxima nuestra función, por tanto el encargado de la papelería debe preparar 500 paquetes de tipo A y 500 paquetes de tipo B para conseguir un beneficio máximo de 1750 €.

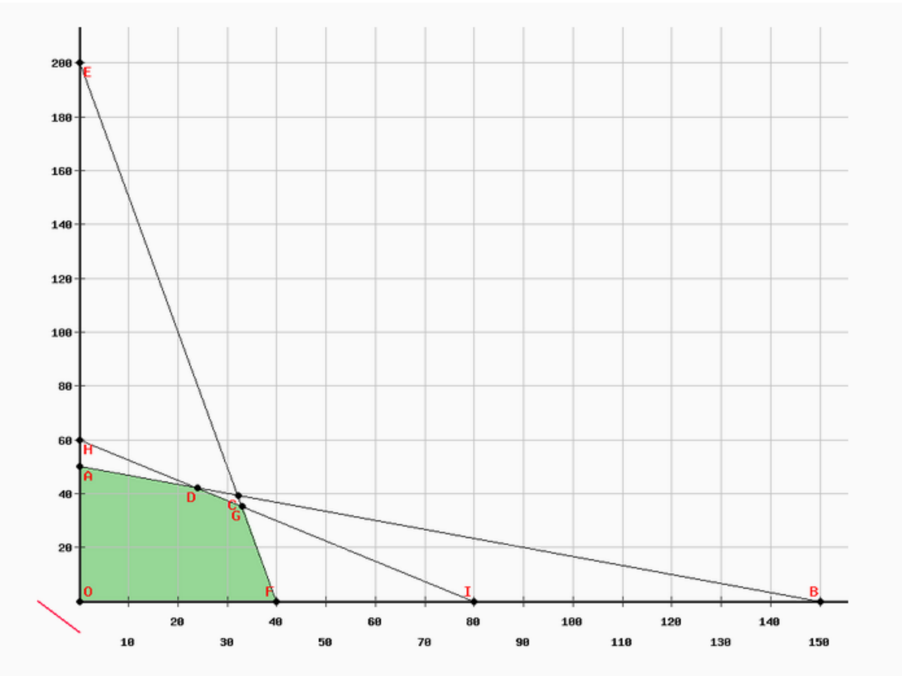
EJERCICIO 17a) PÁGINA 97

Determina los vértices del recinto formado por el siguiente sistema de inecuaciones:

$$1\,X_1 + 3\,X_2 \leq 150$$
$$5\,X_1 + 1\,X_2 \leq 200$$
$$3\,X_1 + 4\,X_2 \leq 240$$
$$10\,X_1 + 0\,X_2 \geq 0$$
$$0\,X_1 + 10\,X_2 \geq 0$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

La representación gráfica:



Los puntos que delimitan los vértices de la región sombreada son:

Punto	(x,y)
A	(0,50)
D	(24,42)
G	(32.9,35.3)
F	(40,0)

EJERCICIO 38 PÁGINA 98

x: lotes tipo A

y: lotes tipo B

Lotes:	Tenedores	Cucharas	Sacacorchos	Beneficio (€):
x	1	2	1	1,5
y	2	1	1	1,3
Disponibilidad:	40	40	24	¿Máximo?

A partir del beneficio se obtiene la función objetivo a maximizar:

F.O.(x,y) =1,5x+1,3y

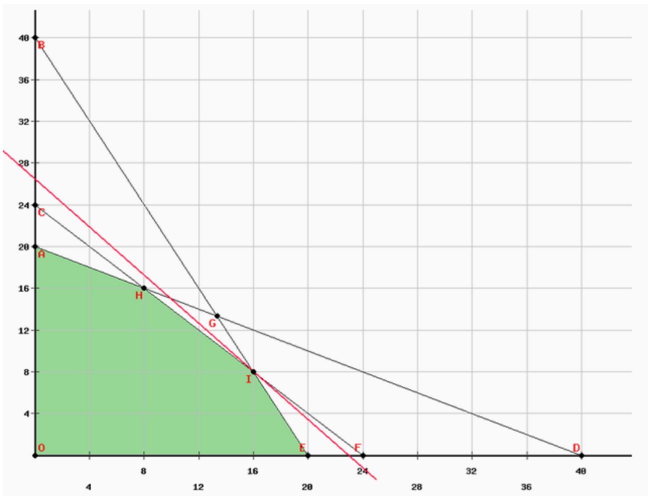
Con el resto de datos de la tabla se deducen las restricciones del problema:

MAXIMIZAR: $1.5\,X_1 + 1.3\,X_2$

$1\,X_1 + 0\,X_2 \geq 0$
$0\,X_1 + 1\,X_2 \geq 0$
$1\,X_1 + 2\,X_2 \leq 40$
$2\,X_1 + 1\,X_2 \leq 40$
$1\,X_1 + 1\,X_2 \leq 24$

$X_1, X_2 \geq 0$

A continuación se representan las rectas obtenidas a partir de las inecuaciones que forman el conjunto de restricciones:



La región factible que cumple las restricciones del problema aparece sombreada. Ahora solo falta obtener los vértices de esta región para comprobar cuál de ellos maximiza la función objetivo:

Punto	Coordenada X (X_1)	Coordenada Y (X_2)	Valor de la función objetivo (Z)
O	0	0	0
A	0	20	26
B	0	40	52
C	0	24	31.2
D	40	0	60
E	20	0	30
F	24	0	36
G	13.333333333333	13.333333333333	37.333333333333
H	8	16	32.8
I	16	8	34.4

Como se observa en la tabla, el punto I es el que hace máxima nuestra función, por tanto se deben vender 16 lotes de tipo A y 8 lotes de tipo B para conseguir un beneficio máximo de 34,4€.

EJERCICIO EJEMPLO PROBLEMA TIPO DIETA

Debo tomar al menos 60 mg de vitamina A y al menos 90 mg de vitamina B diariamente. En la farmacia puedo comprar dos pastillas de dos marcas diferentes, X e Y. Cada pastilla de la marca X contiene 10 mg de vitamina A y 15 mg de vitamina B y cada pastilla de la marca Y contiene 10 mg de cada vitamina. No es conveniente tomar más de 8 pastillas diarias. El precio de cada pastilla de la marca X es de 50 céntimos de euro y de la marca Y de 30 céntimos de euro. ¿Cuántas pastillas diarias debo tomar para que el coste del tratamiento sea mínimo? ¿Cuál es este coste?

Resumiendo la información del ejercicio en una tabla,

marca	*Vitamina A*	*Vitamina B*	*precio*
X	*10 mgr*	*15 mgr*	*0´50 €*
Y	*10 mgr*	*10 mgr*	*0´30 €*
máximo 8	*mínimo 60 mgr*	*mínimo 90 mgr*	

Las incógnitas a utilizar son: $x =$ *nº de pastillas de la marca X*
$y =$ *nº de pastillas de la marca Y*

El coste es: $0{,}50\,x + 0{,}30\,y$

Las restricciones del problema son:
máximo número de pastillas $x + y \leq 8$
mínima cantidad de vit. A $10x + 10y \geq 60$
mínima cantidad de vit. B $15x + 10y \geq 90$

El problema de programación lineal a resolver es:

minimizar $z = 0{'}50\,x + 0{'}30\,y$ s.a. $x + y \leq 8$ $10\,x + 10\,y \geq 60$ $15\,x + 10\,y \geq 90$ $x, y \in N$	*Simplificamos la segunda restricción por 10 y la tercera por 5:*	minimizar $z = 0{'}50\,x + 0{'}30\,y$ s.a. $x + y \leq 8$ $x + y \geq 6$ $3\,x + 2\,y \geq 18$ $x, y \in N$

Cálculos para representar gráficamente las restricciones,

$x + y \leq 8$ | $x + y \geq 6$ | $3\,x + 2\,y \geq 18$

$x + y = 8$ | $x + y = 6$ | $3\,x + 2\,y = 18$

x	y
0	8
8	0

x	y
0	6
6	0

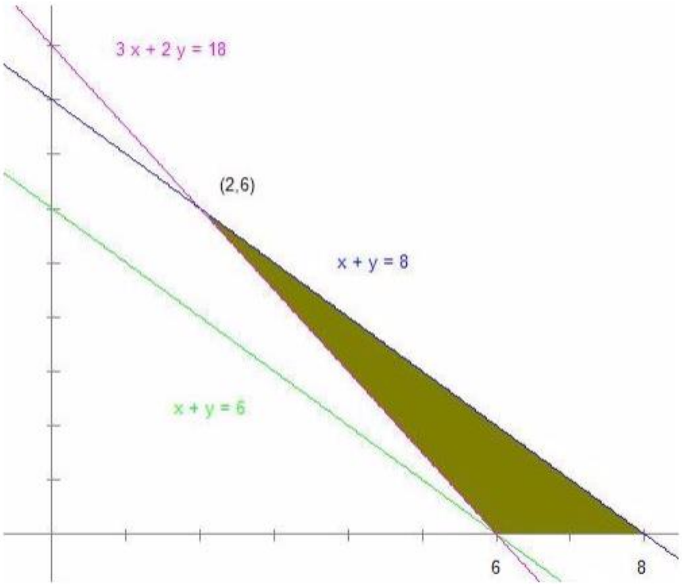
x	y
0	9
6	9

(0,0) ¿cumple la restricción? Sí
$0 + 0 \leq 8$ Sí

(0,0) ¿cumple la restricción?No
$0 + 0 \geq 6$ No

(0,0) ¿cumple la restricción?No
$3 \,.\, 0 + 2 \,.\, 0 \geq 18$ No

La representación gráfica es,



Calculemos el punto de corte que hace falta conocer,

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ 3x + 2y = 18 \end{cases}$$

Multiplicando la 1ª ecuación por -2

$$\begin{cases} -2x - 2y = -16 \\ 3x + 2y = 18 \end{cases}$$

Sumando ambas ecuaciones, $x = 2$

Sustituyendo en la 1ª $2 + y = 8; \quad y = 6$

El punto de corte es (2,6)

La región factible está formada por los puntos de coordenada natural de la zona coloreada. Estudiamos la función z en los extremos de la región factible,

(x,y)	z =0´50 x + 0´30 y	
(6,0)	3	
(2,6)	2´80	mínimo
(8,0)	4	

a) Para que el coste sea mínimo debo tomar diariamente 2 pastillas de la marca X y 6 de la marca Y.

b) Con este consumo el coste mínimo diario será de 2´80 €

EJERCICIO 50 PÁGINA 101

x: comprimidos de tipo A

y: comprimidos de tipo B

Comprimidos:	**Hidratos de carbono**	**Proteínas**	**Grasas**	**Coste para 20 días:**
x	**4**	**6**	**2**	**5€ 100g**
y	**5**	**4**	**3**	**7€ 200g**
Necesidades diarias:	**5**	**16**	**7**	**¿Mínimo?**

A partir del coste se obtiene la función objetivo a minimizar, pero hay que tener en cuenta que los datos proporcionados en la tabla son para 10 gramos de comprimido y el coste viene dado por caja de comprimidos, por tanto, habrá que realizar un ajuste para obtener el coste de cada comprimido:

- Una caja de comprimidos tipo A de 100 gramos cuesta 5€ y 10 gramos de comprimido:

$$\frac{10g \cdot 5€}{100g} = 0{,}5€$$

- Una caja de comprimidos tipo B de 200 gramos cuesta 7€ y 10 gramos de comprimido:

$$\frac{10g \cdot 7€}{200g} = 0{,}35€$$

Según esto, la función objetivo a minimizar es:

F.O.(x,y) =0,5x+0,35y

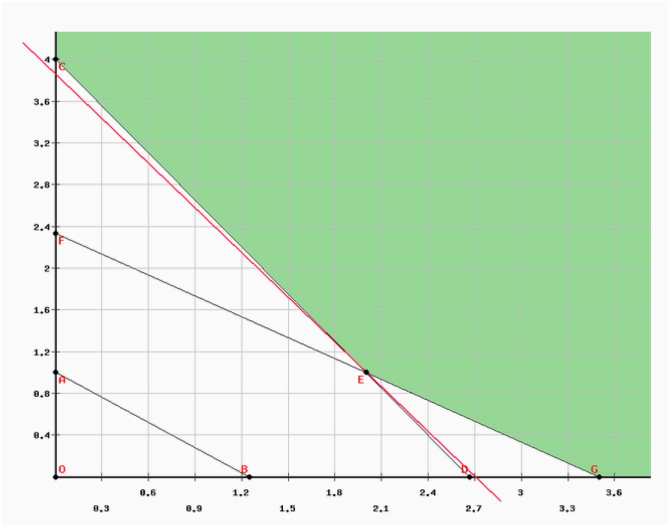
Con el resto de datos de la tabla se deducen las restricciones del problema:

MINIMIZAR: $0.5\, X_1 + 0.35\, X_2$

$4\, X_1 + 5\, X_2 \geq 5$
$6\, X_1 + 4\, X_2 \geq 16$
$2\, X_1 + 3\, X_2 \geq 7$
$1\, X_1 + 0\, X_2 \geq 0$
$0\, X_1 + 1\, X_2 \geq 0$

$X_1, X_2 \geq 0$

A continuación se representan las rectas obtenidas a partir de las inecuaciones que forman el conjunto de restricciones:



La región factible que cumple las restricciones del problema aparece sombreada. Ahora solo falta obtener los vértices de esta región para comprobar cuál de ellos maximiza la función objetivo:

Punto	Coordenada X (X_1)	Coordenada Y (X_2)	Valor de la función objetivo (Z)
O	0	0	0
A	0	1	0.35
B	1.25	0	0.625
C	0	4	1.4
D	2.6666666666667	0	1.3333333333333
E	2	1	1.35
F	0	2.3333333333333	0.81666666666667
G	3.5	0	1.75

Como se observa en la tabla, el punto E es el mínimo para nuestra función, por tanto se deben tomar 2 comprimidos al día tipo A y 1 comprimido tipo B, con un coste de 1,35€.

Pero el enunciado del problema nos dice cuál será el mínimo coste para el tratamiento de 20 días:

- Si toma 2 comprimidos de tipo A al día, son 20 gramos al día, durante 20 días hace un total de 400 gramos, lo que equivale a 4 cajas de 100 gramos. Cada caja cuesta 5€, por tanto el tratamiento para 20 días son 20€.
- Si toma 1 comprimido de tipo B al día, son 10 gramos, durante 20 días hace un total de 200 gramos, lo que equivale a 1 caja de 200 gramos que cuesta 7€.

Por tanto el tratamiento total para los 20 días son 27€.

EJERCICIO 11 PÁGINA 93

Almacenes	Disponibilidad (Tm)
A1	20
A2	12

Los encargos realizados por los clientes:

Clientes:	C1	C2	C3
Encargos (Tm:)	8	10	14

La distancia desde los almacenes hasta los clientes:

Distancia	C1	C2	C3
A1	2	3	5
A2	6	2	4

Según los datos que se extraen del enunciado:
x= cantidad de patatas que se distribuye desde el almacén A1 hasta el cliente C1.
y= cantidad de patatas que se distribuye desde el almacén A1 hasta el cliente C2.

Por tanto, teniendo en cuenta los encargos realizados por cada cliente y la disponibilidad de cada almacén se puede construir la siguiente tabla:

Almacén	C1	C2	C3	Disponibilidad
A1	x	y	20-x-y	20
A2	8-x	10-y	14-(20-x-y)=x+y-6	12
	8	10	14	

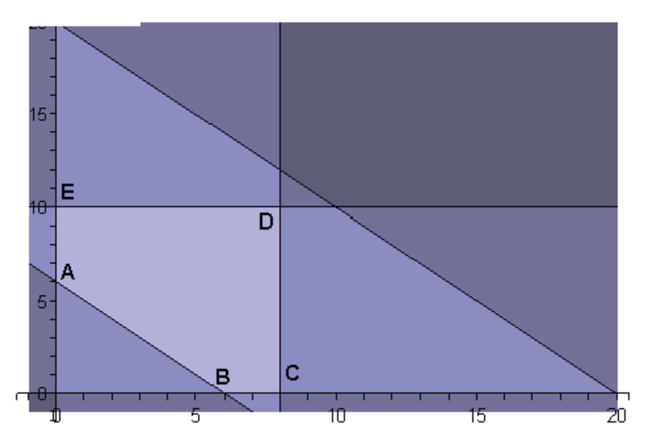
Según esto, el conjunto de las restricciones de nuestro problema son:

$$\begin{cases} x \geq 0, \quad y \geq 0 \\ 20 - x - y \geq 0 \\ 8 - x \geq 0 \\ 10 - y \geq 0 \\ x + y - 6 \geq 0 \end{cases}$$

La función objetivo a minimizar se obtiene a partir del coste de transporte y de los encargos a cada cliente:

F.O.(x,y) = 2x+3y+5(20-x-y)+6(8-x)+2(10-y)+4(x+y-6) =-5x+64

Al representar las restricciones se obtiene la siguiente región factible (zona más clara):



Los vértices que forman la región factible y su valor en la función objetivo son:

Puntos	Coordenadas (x,y)	F.O.(x,y)=-5x+64
A	(0,6)	64
B	(6,0)	34
C	(8,0)	24
D	(8,10)	24
E	(0,10)	64

A la vista de los resultados obtenidos hay dos puntos que hacen mínima la función objetivo, por tanto la solución al problema es cualquier combinación de los infinitos puntos del segmento que une los puntos C y D.

Si tomamos el punto D como solución, la distribución de patatas entre los diferentes almacenes será:

Almacén	C1	C2	C3	Disponibilidad
A1	8	10	2	20
A2	0	0	12	12
	8	10	14	

A partir de este resultado se concluye que desde el almacén A1 se sirven 8 Tm al cliente 1, 10 Tm al cliente 2 y 2 Tm al cliente 3. Por otra parte desde el almacén A2 solamente es rentable servir la mercancía al cliente 3. A partir de la distribución de material de la tabla se observa que se cumple la disponibilidad y la demanda de cada cliente.

Ejercicio.

Representa gráficamente la región determinada por el sistema de inecuaciones siguiente:

$$\begin{cases} x \geq \dfrac{y}{2} \\ 760x + 370y \leq 94500 \\ y + \dfrac{x}{2} \geq 100 \end{cases}$$

Calcula sus vértices. ¿Cuál es el máximo de la función f(x,y)=x+y en esta región? ¿En qué punto se alcanza?

Efectuamos los cálculos necesarios para la representación gráfica de las inecuaciones.

(a) $x \geq \dfrac{y}{2}$

$x = \dfrac{y}{2}$

x	y
0	0
100	200

¿(100,0) cumple?

$100 \geq \dfrac{0}{2}$ Sí

(b) $760x + 370y \leq 94500$

$760x + 370y = 94500$

x	y
0	$\dfrac{94500}{370} \cong 255'41$
$\dfrac{94500}{760} \cong 124'34$	0

¿(0,0) cumple?

$760 . 0 + 370 . 0 \leq 94500$

$0 \leq 94500$ Sí

(c) $y + \dfrac{x}{2} \geq 100$

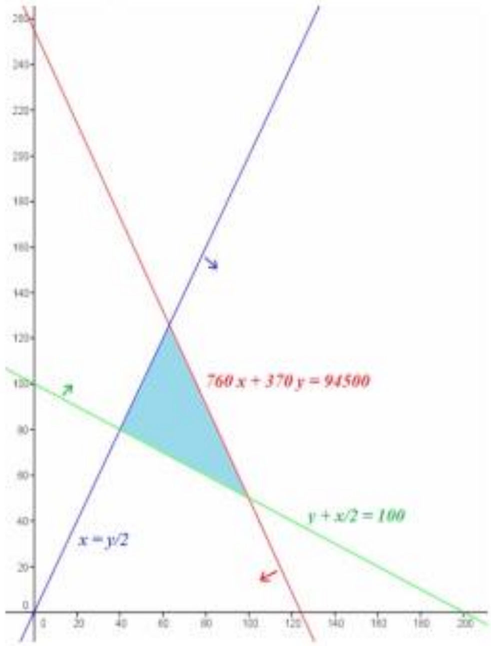
$y + \dfrac{x}{2} = 100$

x	y
0	100
200	0

¿(0,0) cumple?

$0 + \dfrac{0}{2} \geq 1000$ No

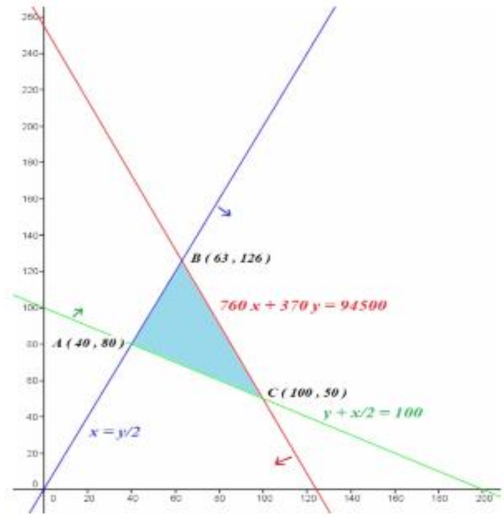
La representación gráfica será:



La región determinada por el sistema de inecuaciones está formada por los puntos de la zona sombreada.

Los vértices de la región determinada por las inecuaciones los obtendremos mediante los puntos de corte de las rectas correspondientes.

Los vértices de la región determinada por el sistema de inecuaciones son: A (40, 80), B (63 , 126) y C (100 , 50).



El máximo de la función f(x,y) en la región se alcanzará en alguno de los extremos de la región. Calculemos los valores de la función en los vértices,

x , y	*f (x,y) = x + y*	
40 , 80	*40 + 80 = 120*	
63 , 126	*63 + 126 = 189*	*Máximo*
100 , 500	*100 + 50 = 150*	

El máximo de la función f(x,y) = x + y en esta región es 189 y se alcanza en el punto (63 , 126).

5.8. SOLUCIONES PROBLEMAS TRABAJO EN GRUPO

SOLUCIONES GRUPO A

PROBLEMA 1-A

Solución:

Utilizamos las siguientes incógnitas

x = kg de rape a pescar

y = kg de merluza a pescar

Las restricciones serán:

"sus capturas totales no excedan las 30 toneladas (30000 kg)"; $x + y \leq 30000$

"la cantidad de rape como máximo puede triplicar a la de merluza"; $x \leq 3y$

"la cantidad de merluza no pued superar las 18 Tm (18000 kg)"; $y \leq 18000$

Como x *e* y *representan kilos de pescado, la restricción para los valores de estas variables es* $x, y \geq 0$

Los ingresos que obtiene el armador serán: $15x + 10y$

El problema a resolver es:

Maximizar $z = 15x + 10y$

$$s.a. \begin{cases} x + y \leq 30000 \\ x \leq 3y \\ y \leq 18000 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

Efectuamos los cálculos necesarios para la representación gráfica de las inecuaciones.

(a) $x + y \leq 30000$

$x + y = 30000$

x	y
0	30000
30000	0

¿(0,0) *cumple*?

$0 + 0 \leq 30000$ *Sí*

(b) $x \leq 3y$

$x = 3y$

x	y
30000	10000
0	0

¿(0,10000) *cumple*?

$0 \leq 3.10000$ *Sí*

(c) $y \leq 18000$

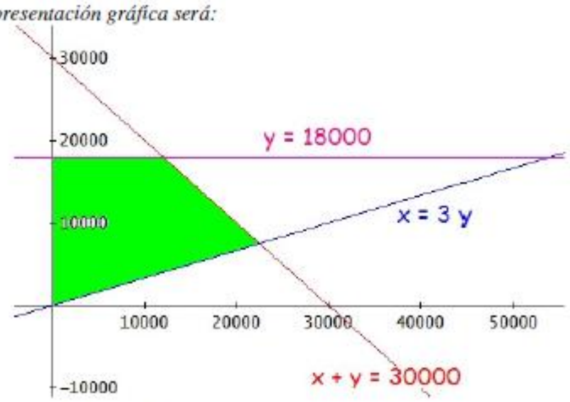
$y = 18000$

x	y
0	18000
10000	18000

¿(0,0) *cumple*?

$0 \leq 18000$ *Sí*

La representación gráfica será:



Los vértices de la región determinada por las inecuaciones los obtendremos mediante los puntos de corte de las rectas correspondientes.

Los vértices de la región son: (0, 0), (0 , 18000), (12000 , 18000) y (22500 , 7500)

La función de los ingresos alcanza su valor máximo en los vértices de la región anterior o en alguno de los segmentos que la delimitan.
Calculemos los valores de la función en los vértices,

x, y	$z = 15x + 10y$	
$0, 0$	$15 . 0 + 10 . 0 = 0$	
$0, 18000$	$15 . 0 + 10 . 18000 = 18000$	
$12000, 18000$	$15 . 12000 + 10 . 18000 = 360000$	
$22500, 7500$	$15 . 22500 + 10 . 7500 = 412500$	*Máximo*

Para maximizar sus ingresos debe pescar 22500 kg de rape y 7500 kg de merluza

PROBLEMA 2-A

Solución:
Utilizamos las incógnitas:
x = Tm del abono del tipo A
y = Tm del abono del tipo B
De los datos del problema podemos sacar la siguiente tabla:

	Materias primas M_1	Materias primas M_2	Venta
Abono A	500 Kg	750 Kg	1000 €/Tm
Abono B	800 Kg	400 Kg	1500 €/Tm
restricciones	10000 Kg	10000 Kg	

Los ingresos serían: 1000 x + 1500 y
Las restricciones son:
por la disponibilidad de la materia prima M_1: $500x + 800y \leq 10000$
por la disponibilidad de la materia prima M_2: $750x + 400y \leq 10000$
la demanda de B nunca llega a triplicar la de A $y < 3x$

El problema a resolver es:
maximizar $z = 1000x + 1500y$

$$s.a. \begin{cases} 500x + 800y \leq 10000 \\ 750x + 400y \leq 10000 \\ y < 3x \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

Cálculos para representar las restricciones

$500x + 800y \leq 10000$

(1) $500x + 800y = 10000$

x	y
0	12'5
20	0

¿(0,0) *cumple*?

$500 . 0 + 800 . 0 \leq 10000$ *sí*

$750x + 400y \leq 10000$

(2) $750x + 400y = 10000$

x	y
0	25
$\frac{40}{3}$	0

¿(0,0) *cumple*?

$0'3 . 0 + 0'5 . 0 \leq 90$ *sí*

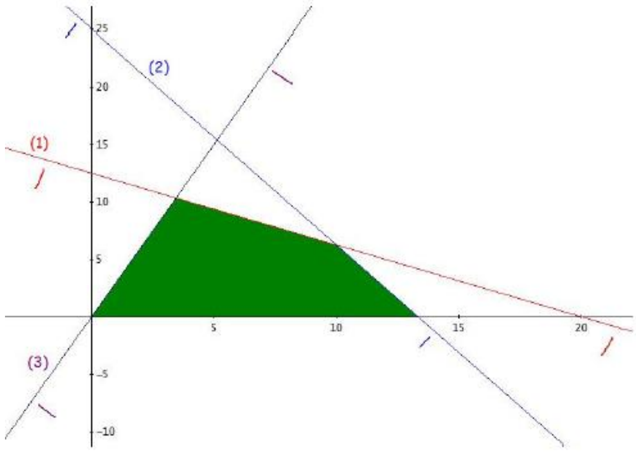
$y < 3x$

(3) $y = 3x$

x	y
0	0
5	15

¿(5,0) *cumple*?

$0 < 3 . 5$ *sí*



Sabemos que la función que queremos maximizar alcanzará su máximo en los extremos de la región factible.

(x, y)	$z = 1000x + 1500y$	
$(0,0)$	$1000 \,.\, 0 + 1500 \,.\, 0 = 0$	
$(\frac{100}{29}, \frac{300}{29})$	$1000 \,.\, \frac{100}{29} + 1500 \,.\, \frac{300}{29} = 18965'517$	
$(10\,,\, 6'25)$	$1000 \,.\, 10 + 1500 \,.\, 6'25 = 19375$	*máximo*
$\left(\frac{40}{3}, 0\right)$	$1000 \,.\, \frac{40}{3} + 1500 \,.\, 0 = 13333'333$	

El máximo se alcanza en el punto (10 , 6´25). Por lo que para maximizar sus ingresos la fábrica debe producir 10 Tm del abono tipo A y 6´25 Tm del tipo B.
Con esta producción los ingresos serían de 19375 €.

PROBLEMA 3-A

Solución:
Expresamos los datos del problema en una tabla,

	Vitamina A	Vitamina C	Vitamina D	precio
Energic	2	2	8	0,03
Vigor	3	2	2	0,04
necesidades mínimas	36	28	34	

Las incógnitas a utilizar son: $x =$ *nº de pastillas de la marca Energic*
$y =$ *nº de pastillas de la marca Vigor*

El coste es: $0'03\,x + 0'04\,y$

Las restricciones del problema son:
mínima cantidad de vit. A $2x + 3y \geq 36$
mínima cantidad de vit. C $2x + 2y \geq 28$
mínima cantidad de vit. D $8x + 2y \geq 34$

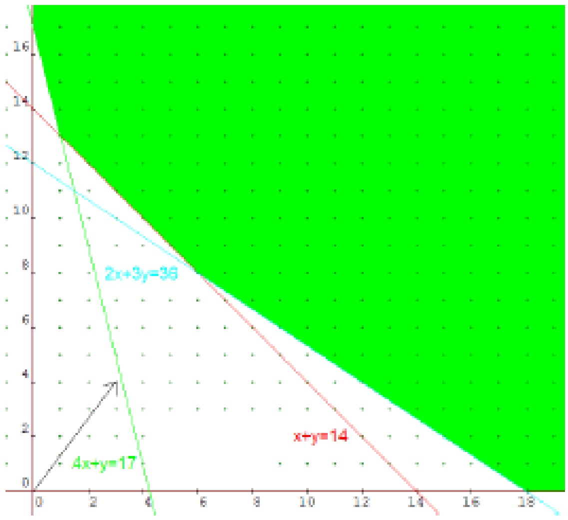
El problema de programación lineal a resolver es:

minimizar $z = 0'03\,x + 0'04\,y$ s.a. $2x + 3y \geq 36$ $2x + 2y \geq 28$ $8x + 2y \geq 34$ $x, y \in N$	*Simplificamos las restricciones segunda y tercera por 2:*	minimizar $z = 0'03\,x + 0'04\,y$ s.a. $2x + 3y \geq 36$ $x + y \geq 14$ $4x + y \geq 17$ $x, y \in N$

Cálculos para representar gráficamente las restricciones,

$2x + 3y \geq 36$			$x + y \geq 14$			$4x + y \geq 17$		
$2x + 3y = 36$			$x + y = 14$			$4x + y = 17$		
x	y		x	y		x	y	
0	12		0	14		0	17	
18	0		14	0		4	1	
(0,0) ¿cumple la restricción? No $2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 \geq 36$ No			(0,0) ¿cumple la restricción?No $0 + 0 \geq 14$ No			(0,0) ¿cumple la restricción?No $4 \cdot 0 + 0 \geq 17$ No		

La representación gráfica es,



La región factible está formada por los puntos de coordenada natural de la zona coloreada.
Estudiamos la función z en los extremos de la región factible,

(x,y)	z =0´03 x + 0´04 y	
(0,17)	0´04 . 17 = 0´68	
(1,13)	0´03 . 1 + 0´04 . 13 = 0´55	
(6,8)	0´03 . 6 + 0´04 . 8 = 0´50	mínimo
(18,0)	0´03 . 18 = 0´54	

Para que el coste sea mínimo, diariamente se deben tomar 6 pastillas de la marca Energic y 8 de la marca Vigor.

Con este consumo el coste mínimo diario será de 0´50 €

PROBLEMA 4-A

Ejercicio 40 página 100

x: anuncios de televisión

y: anuncios de radio

Restricciones:

- No se pueden gastar más de un millón de euros, coste de anuncio de televisión es de 10000 € y de radio 1000 €, por tanto:
  $10000x+1000y\leq 1000000$
- Se tienen que emitir al menos 50 anuncios: $x\geq 50$
- No se emiten más de 100 cuñas: $y\leq 100$

Función objetivo a maximizar, dada por el número de copias de disco vendidas en función del tipo de anuncio:

F.O.(x,y)=10000x+2000y

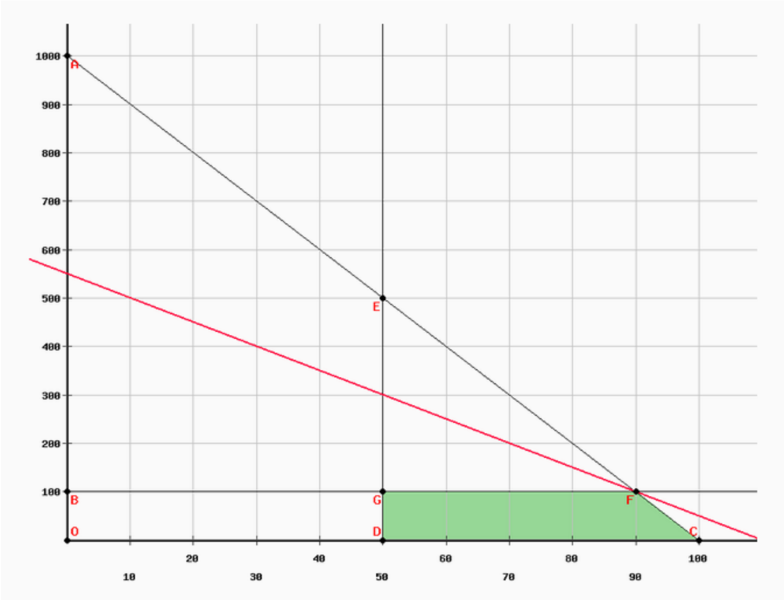
Se representa el conjunto de restricciones:

MAXIMIZAR: $10000 X_1 + 2000 X_2$

$1 X_1 + 0 X_2 \geq 0$
$0 X_1 + 1 X_2 \geq 0$
$10000 X_1 + 1000 X_2 \leq 1000000$
$1 X_1 + 0 X_2 \geq 50$
$0 X_1 + 1 X_2 \leq 100$

$X_1, X_2 \geq 0$

La región factible:



Los vértices:

Punto	Coordenada X (X_1)	Coordenada Y (X_2)	Valor de la función objetivo (Z)
O	0	0	0
A	0	1000	2000000
B	0	100	200000
C	100	0	1000000
D	50	0	500000
E	50	500	1500000
F	90	100	1100000
G	50	100	700000

Para obtener el mayor número posible de copias, 1100000, la campaña debe estar formada por 90 anuncios de televisión y 100 cuñas de radio.

PROBLEMA 5-A

Ejercicio 44 página 100

Coste de distribución	Soria	Burgos	Logroño	Producción almacenes
Valladolid	15	10	18	2500
Segovia	10	15	20	2500
Demanda supermercados:	2000	1800	1200	

A partir de los datos de coste y la demanda de cada supermercado se construye la siguiente tabla:

Coste de distribución	Soria	Burgos	Logroño
Valladolid	x	y	2500 –x - y
Segovia	2000 – x	1800 - y	1200 – (2500 –x – y) = x +y -1300
Demanda supermercados:	2000	1800	1200

Con los datos de la tabla anterior se obtiene el conjunto de restricciones del problema:

MINIMIZAR: $7 X_1 - 3 X_2$

$1 X_1 + 0 X_2 \geq 0$
$0 X_1 + 1 X_2 \geq 0$
$1 X_1 + 1 X_2 \leq 2500$
$1 X_1 + 0 X_2 \leq 2000$
$0 X_1 + 1 X_2 \leq 1800$
$1 X_1 + 1 X_2 \geq 1300$

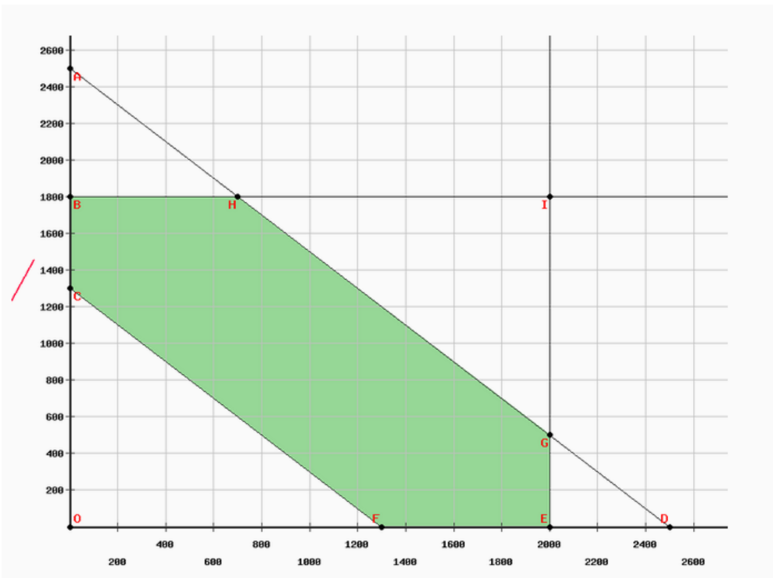
$X_1, X_2 \geq 0$

La función objetivo se obtiene a partir de los datos de las dos tablas anteriores:

F.O. (x,y) = 15x + 10y + 18-(2500-x-y) + 10(2000-x)+15(1800-y)+20(x+y-1300) = 7x-3y+66000

El problema está resuelto con “PhPSimplex” por tanto como se ha visto en clase la casilla de la función objetivo deja de lado el término independiente, por tanto hay que tener en cuenta la suma de este término al resultado final obtenido.

Al representar el conjunto de restricciones se obtiene la siguiente región factible:



Y el conjunto de vértices:

Punto	Coordenada X (X_1)	Coordenada Y (X_2)	Valor de la función objetivo (Z)
O	0	0	0
A	0	2500	-7500
B	0	1800	-5400
C	0	1300	-3900
D	2500	0	17500
E	2000	0	14000
F	1300	0	9100
G	2000	500	12500
H	700	1800	-500
I	2000	1800	8600

A la vista de los resultados el punto que minimiza nuestra función objetivo es el punto B (0, 1800). El coste de distribución a cada supermercado será (sustituyendo x e y en la segunda tabla):

Coste de distribución	Soria	Burgos	Logroño
Valladolid	0	1800	700
Segovia	2000	0	500
Demanda supermercados:	2000	1800	1200

Por tanto se deduce que:

- Desde el almacén de Valladolid se distribuye mercancía a los supermercados de Burgos y Logroño pero no es rentable hacerlo al de Soria.
- Desde el almacén de Segovia se distribuye mercancía a los supermercados de Soria y Logroño pero no es rentable hacerlo al de Burgos.

SOLUCIONES GRUPO B

PROBLEMA 1-B

x: autobuses de 40 plazas, hay 8. Por tanto $x \leq 8$.

y: autobuses de 50 plazas, hay 10. Por tanto $y \leq 10$.

Hay disponibles 9 conductores: $x+y \leq 9$.

Se reparten 400 alumnos entre los dos tipos de autobús: $40x+50y \geq 400$, que simplificando la expresión: $4x+5y \geq 40$.

La función objetivo a minimizar se obtiene a partir del coste de alquiler de cada autobús: $F.O.(x,y)=60x+80y$.

Al representar las restricciones obtenidas la región factible es:

Los vértices:

Punto	Coordenada X (X_1)	Coordenada Y (X_2)	Valor de la función objetivo (Z)
O	0	0	0
A	0	10	800
B	0	9	720
C	0	8	640
D	8	0	480
E	9	0	540
F	10	0	600
G	8	10	1280
H	8	1	560
I	8	1.6	608
J	5	4	620

Por tanto, para que la excursión resulte lo más económica posible habría que alquilar 5 autobuses de 40 plazas y 4 autobuses de 50 plazas, el coste sería de 620€.

PROBLEMA 2-B

Solución:

Utilizamos las siguientes variables:

x = nº de apartamentos de lujo

y = nº de apartamentos de superlujo

Del enunciado del problema obtenemos:

"Dispone para la operación de 60 millones de euros" $\rightarrow$ $1.000.000\,x + 1.500.000\,y \le 60.000.000$ $\rightarrow$ $10\,x + 15\,y \le 600$ $\rightarrow$ $2\,x + 3\,y \le 120$

"construir al menos tantos apartamento de lujo como de superlujo" $\rightarrow$ $x \ge y$

"no construir más de 45 apartamentos de lujo" $\rightarrow$ $x \le 45$

"maximizar el número total de apartamentos construidos" $\rightarrow$ *maximizar* $z = x + y$

Por lo tanto el problema a resolver será:

$$\text{Maximizar } z = x + y$$

$$s.a.\ \begin{cases} 2x+3y\le 120 \\ x\le 45 \\ x\ge y \\ x,\ y\in N \end{cases}$$

Cálculos para representar las restricciones

$2x+3y\le 120$

(1) $2x+3y=10$

x	y
0	40
60	0

¿(0,0) *cumple*?

$2.0+3.0\le 120$ *Sí*

$x\le 45$

(2) $x=45$

x	y
45	0
45	40

¿(0,0) *cumple*?

$0\le 45$ *Sí*

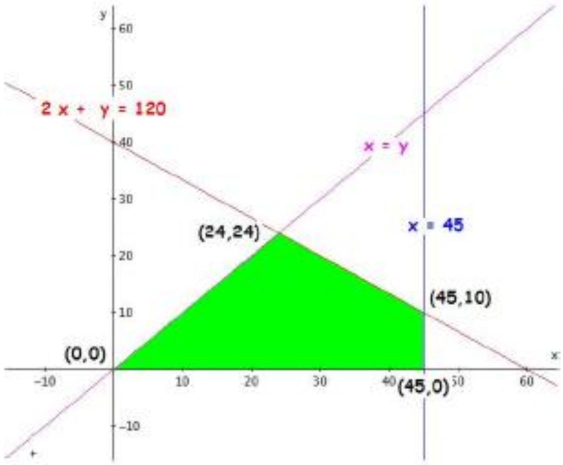
$x\ge y$

(3) $x=y$

x	y
0	0
60	60

¿(20,10) *cumple*?

$20\ge 10$ *Sí*



La región factible es cerrada y limitada por los puntos que calcularemos a continuación.

La región factible son los puntos de coordenada natural de la zona coloreada.

Sabemos que la función z alcanzará el máximo en alguno de los extremos de la región.

(x, y)	$z = x + y$
$(0,0)$	0
$(24,24)$	$24 + 24 = 48$
$(45, 10)$	$45 + 10 = 55$ *máximo*
$(45,0)$	45

El máximo se alcanza en el punto (45 , 10) que significa: la empresa debe construir 45 apartamento de lujo y 10 de superlujo para maximizar el número total de apartamentos construidos con las restricciones impuestas.

El coste de construir este número de apartamentos será de,
1.000.000 . 45 + 1.500.000 . 10 = 45.000.000 + 15.000.000 = 60.000.000 €
por lo que agota el presupuesto disponible.

PROBLEMA 3-B

Solución:
Los datos del problema podemos resumirlos en la siguiente tabla,

		por cada barril			
crudo	precio	95	98	gasoil	nº barriles
ligero	70 €/barril	0´3	0´4	0´2	x
pesado	65 €/barril	0´1	0´2	0´5	y
mínimo de barriles		26300	40600	29500	

Coste: $70x + 65y$

Producción: gasolina 95, $0'3x + 0'1y$
gasolina 98, $0'4x + 0'2y$
gasoil, $0'2x + 0'5y$

El problema a resolver es,

$$\text{minimizar } z = 70x + 65y$$
$$\text{s.a.} \quad 0'3x + 0'1y \geq 26300$$
$$0'4x + 0'2y \geq 40600$$
$$0'2x + 0'5y \geq 29500$$
$$x, y \in N$$

Efectuemos los cálculos necesarios para representar gráficamente las restricciones del problema

(1) $0'3x + 0'1y \geq 26300$

$0'3x + 0'1y = 26300$

x	y
0	263000
87666'6	0

$(0,0)$ *¿Cumple?* *No*

$¿0'3 \cdot 0 + 0'1 \cdot 0 \geq 26300?$

$¿0 \geq 26300?$ *No*

(2) $0'4x + 0'2y \geq 40600$

$0'4x + 0'2y = 40600$

x	y
0	203000
101500	0

$(0,0)$ *¿Cumple?* *No*

$¿0'4 \cdot 0 + 0'2 \cdot 0 \geq 40600?$

$¿0 \geq 40600?$ *No*

(3) $0'2x + 0'5y \geq 29500$

$0'2x + 0'5y = 29500$

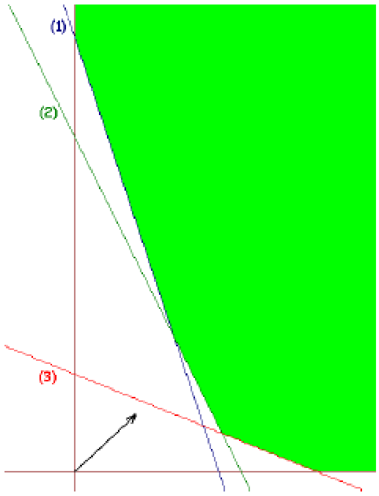
x	y
0	59000
147500	0

$(0,0)$ *¿Cumple?* *No*

$¿0'2 \cdot 0 + 0'5 \cdot 0 \geq 29500?$

$¿0 \geq 29500?$ *No*

La región factible:



Estudiemos los valores de z en los extremos de la región factible,

(x, y)	$z = 70x + 65y$	
$(0, 26300)$	$70 \cdot 0 + 65 \cdot 26300 = 17\,095\,000$	
$(60000, 83000)$	$70 \cdot 60000 + 65 \cdot 83000 = 9\,595\,000$	
$(90000, 23000)$	$70 \cdot 90000 + 65 \cdot 23000 = 7\,795\,000$	*Mínimo*
$(147500, 0)$	$70 \cdot 147500 + 65 \cdot 0 = 10\,325\,000$	

Solución: para que la refinería cubra sus necesidades de producción con un coste mínimo debe comprar ***90000 barriles de crudo ligero*** *y* ***23000 barriles de crudo pesado****; el coste de esta operación será de* ***7795000 €***

PROBLEMA 4-B

Ejercicio 32 página 99

A partir del enunciado se deduce que:

Tiempo (min)	**Modelado**	**Pintura**
Plato	25	25
Jarrón	30	10
Trabajo operarios	25 horas	16 horas 40 minutos

Como hay una diferencia de unidades hay que expresar todos los tiempos en la misma unidad, por tanto pasamos los minutos a horas:

Tiempo (horas)	**Modelado**	**Pintura**
Plato	0,417	0,417
Jarrón	0,5	0,167
Trabajo operarios	25	16,67

Las restricciones a partir de la tabla:

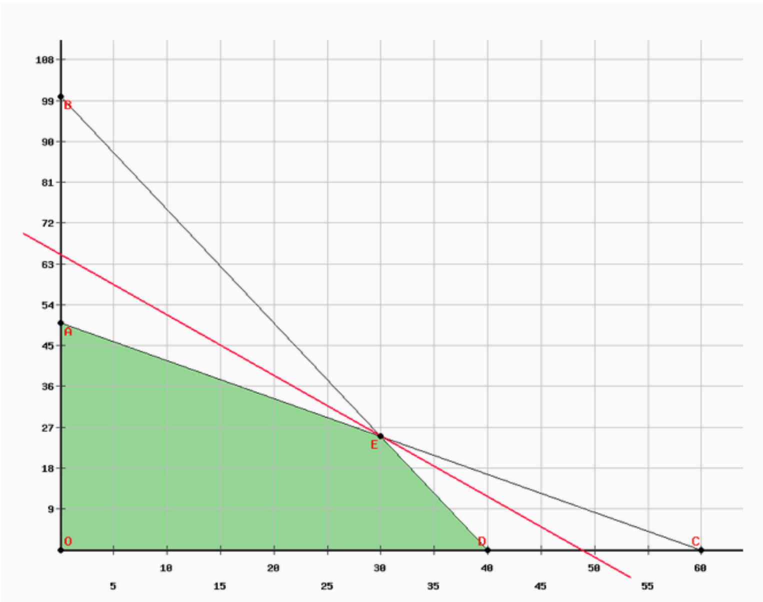
$0{,}417x + 0{,}5y \leq 25$

$0{,}417x + 0{,}167 \leq 16{,}67$

$x \geq 0,\ y \geq 0$

La función objetivo a maximizar a partir del precio de cada producto: F.O.(x,y)= 20x+15y

Al representar el conjunto de restricciones se obtiene la siguiente región factible:



Los vértices:

Punto	Coordenada X (X_1)	Coordenada Y (X_2)	Valor de la función objetivo (Z)
O	0	0	0
A	-0	50	750
B	-0	99.820359281437	1497.3053892216
C	59.952038369305	-0	1199.0407673861
D	39.976019184652	-0	799.52038369305
E	29.958015569526	25.015015015015	974.38553661575

Debido a la conversión de unidades, se puede aproximar que el beneficio máximo de 975 € se obtiene al fabricar 30 platos y 25 jarrones.

PROBLEMA 5-B

Ejercicio 53 página 101

x: impresos de tipo A

y: impresos de tipo B

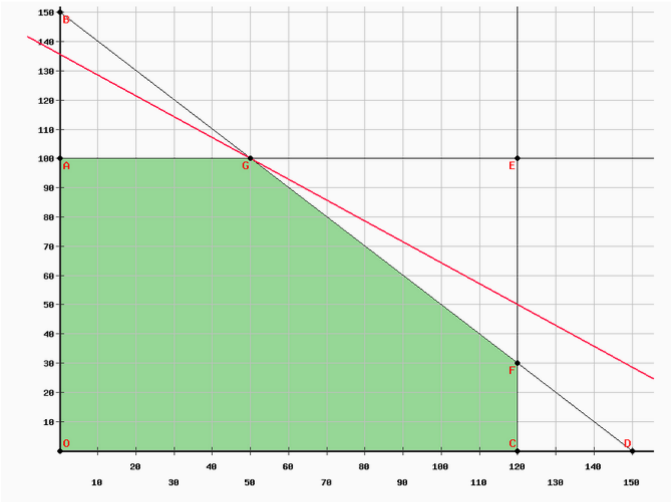
A partir del enunciado se obtienen las siguientes restricciones:

- En la bolsa de impresos tipo A caben 120: x≤120
- En la bolsa de impresos tipo B caben 100: y≤100
- Reparte como máximo 150 impresos al día: x+y≤150

La función objetivo a maximizar viene dada por las ganancias obtenidas con el reparto de folletos de cada tipo en centimos de euro:

F.O.(x,y)= 5x+7y

Al representar el conjunto de restricciones:



Los vértices:

Punto	Coordenada X (X_1)	Coordenada Y (X_2)	Valor de la función objetivo (Z)
O	0	0	0
A	0	100	700
B	0	150	1050
C	120	0	600
D	150	0	750
E	120	100	1300
F	120	30	810
G	50	100	950

El beneficio máximo diario que obtiene es de 9,5€ al repartir 50 folletos de tipo A y 100 folletos de tipo B.

SOLUCIONES GRUPO C

PROBLEMA 1-C

Solución:

Los datos del problema podemos resumirlos en la siguiente tabla,

	PC	FC	ENL	Coste
1 Kg de alimento concentrado	300 gr	100 gr	2 Mcal	11 €
1 Kg de forraje	400 gr	300 gr	1 Mcal	6´50 €

La ración alimenticia estará formada por

x = *Kg de alimento concentrado*

y = *Kg de forraje*

Las restricciones serán:

"cada vaca debe ingerir al menos 3500 gr de PC"; $300x + 400y \geq 3500 \rightarrow 3x + 4y \geq 35$

"cada vaca debe ingerir al menos 1500 gr de FC"; $100x + 300y \geq 1500 \rightarrow x + 3y \geq 15$

"cada vaca debe ingerir al menos 15 Mcal de ENL"; $2x + y \geq 15$

Como x e y representan Kg de alimentos, la restricción para los valores de estas variables es $x, y \geq 0$

El coste de la ración alimenticia será: $11x + 6´5y$

Para determinar la ración alimenticia de mínimo coste debemos resolver el siguiente problema:

Minimizar $z = 11x + 6´5y$

$$s.a. \begin{cases} 3x + 4y \geq 35 \\ x + 3y \geq 15 \\ 2x + y \geq 15 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

Efectuamos los cálculos necesarios para la representación gráfica de las inecuaciones.

(a) $3x + 4y \geq 35$

$3x + 4y = 35$

x	y
0	35/4
35/3	0

¿(0,0) *cumple*?

$3.0 + 4.0 \geq 35$ *No*

(b) $x + 3y \geq 15$

$x + 3y = 15$

x	y
0	5
15	0

¿(0,0) *cumple*?

$0 + 3.0 \geq 15$ *No*

(c) $2x + y \geq 15$

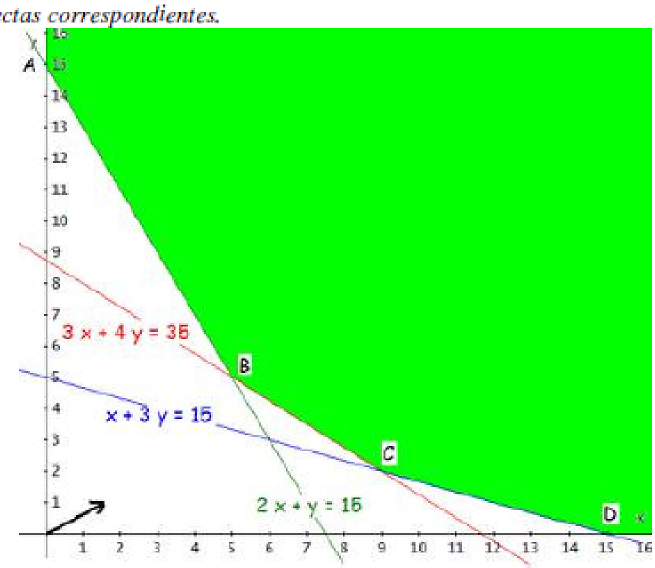
$2x + y = 15$

x	y
0	15
15/2	0

¿(0,0) *cumple*?

$2.0 + 0 \geq 15$ *No*

Los vértices de la región determinada por las inecuaciones los obtendremos mediante los puntos de corte de las rectas correspondientes.



Es una región factible abierta. Como el vector perpendicular a la función de coste es el representado a partir del origen, la función de coste no alcanza el máximo en esta región pero si su mínimo.

La función de coste, z, alcanza su valor mínimo en los vértices de la región anterior o en alguno de los segmentos que la delimitan.
Calculemos los valores de la función en los vértices,

x , y	*z = 11 x + 6´5 y*	
0 , 15	*11 . 0 + 6´5 . 15 = 97´5*	
5 , 5	*11 . 5 + 6´5 . 5 = 87´5*	*Mínimo*
9 , 2	*11 . 9 + 6´5 . 2 = 112*	
15 , 0	*11 . 15 + 6´5 . 0 = 165*	

Para que el coste sea mínimo la ración alimenticia debe estar formada por 5 Kg. de alimento concentrado y 5 Kg. de forraje.
El coste de esta ración alimenticia será de 87´50 euros.

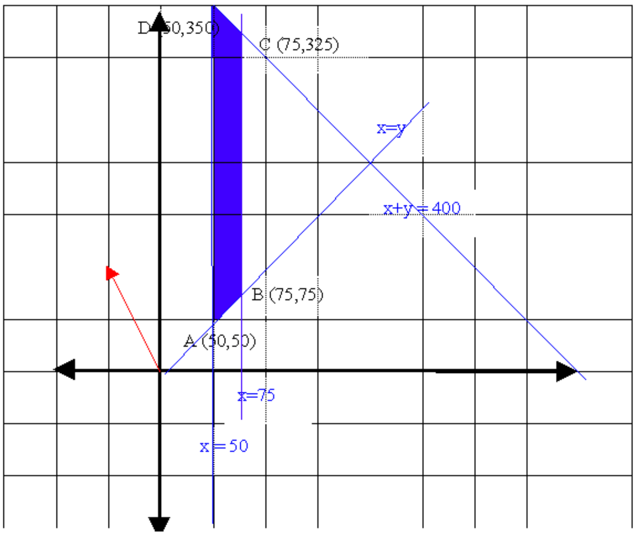
PROBLEMA 2-C

x: coches de tipo A
y: coches de tipo B

A partir del enunciado se obtienen las siguientes restricciones:
50≤x≤75, se interpreta como: x=50 y x=75
y≥x, se interpreta como –x+y≥0
x+y≤400

La función objetivo a partir del beneficio obtenido con cada coche vendido:
F.O.(x,y) = 100000x+50000y

Al representar las restricciones:



Los vértices que delimitan la región factible:

Punto	Coordenada x	Coordenada y	Función objetivo
A	50	50	7500000
B	75	75	11250000
C	75	325	23750000
D	50	350	22500000

Para obtener un beneficio máximo se tiene que vender 75 coches de tipo A y 325 coches de tipo B, el beneficio máximo que se obtiene es de 23750000€.

PROBLEMA 3-C

Solución:

Los datos del problema podemos resumirlos en la tabla

Tipo de olivo	Agua por ha. y año	Inversión por ha.	Producción por ha.	ha. dedicadas
A	4 m^3	500 €	500 l	x
B	3 m^3	225 €	300 l	y
Restricciones	44 m^3	4500 €		

Las ecuaciones de las restricciones serán,

"No se pueden cultivar más de 8 ha. con olivos del tipo A" $x \le 8$

"No se pueden cultivar más de 10 ha. con olivos del tipo B" $y \le 10$

"Se dispone de 44 m^3 de agua al año" $4x + 3y \le 44$

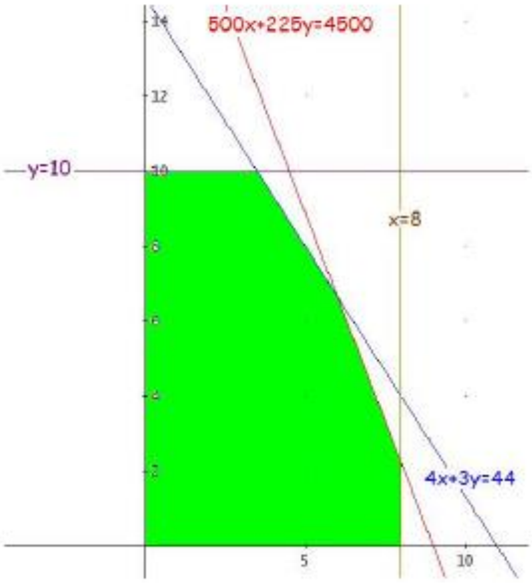
"Se dispone de 4500 € para invertir" $500x + 225y \le 4500$

Queremos maximizar la producción de aceite que será: $500\,x + 300\,y$

El problema a resolver es:

maximizar $z = 500\,x + 300\,y$

$$s.a. \begin{cases} x \le 8 \\ y \le 10 \\ 4x + 3y \le 44 \\ 500x + 225y \le 4500 \\ x, y \ge 0 \end{cases}$$



Sabemos que la función que queremos maximizar alcanzará su máximo en los extremos de la región factible.

(x, y)	$z = 500x + 300y$	
$(0,0)$	$500\,.\,0 + 300\,.\,0 = 0$	
$(0,10)$	$500\,.\,0 + 300\,.\,10 = 3000$	
$(3´5,10)$	$500\,.\,3´5 + 300\,.\,10 = 4750$	
$\left(6, \dfrac{20}{3}\right)$	$500\,.\,6 + 300\,.\,\dfrac{20}{3} = 5000$	*máximo*
$\left(8, \dfrac{20}{9}\right)$	$500\,.\,8 + 300\,.\,\dfrac{20}{9} = 4666´666...$	
$(8,0)$	$500\,.\,8 + 300\,.\,0 = 4000$	

La función z = 500 x + 300 y alcanza su máximo en el punto $\left(6, \dfrac{20}{3}\right)$

Por lo tanto, para maximizar la producción de aceite se deben plantar 6 ha de olivos del tipo A y 20/3 ha de olivos del tipo B.
La producción máxima será de 5000 l de aceite.

PROBLEMA 4-C

Ejercicio 29 página 98

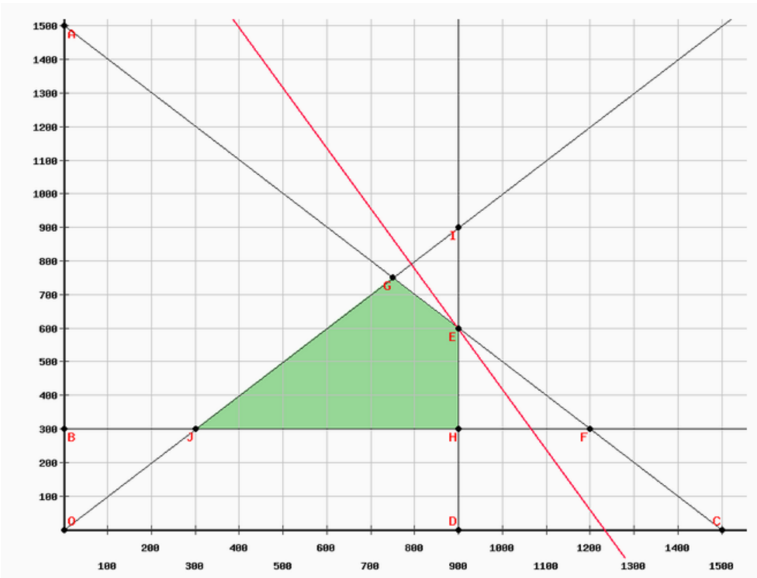
Disponible 1500 € para invertir en:

- Acciones de tipo A, 9% interés, invierte máximo 900 €.
- Acciones de tipo B, 5% interés, invierte mínimo 300 €.
- Invierte en A tanto dinero como en B.

Para tener todos los datos y restricciones del problema se completa la siguiente tabla:

	Tipo A	Tipo B	Restricciones
Nº acciones	x	y	x≥0, y≥0
€ invertidos	x	y	x+y≤1500
Tipo A	x	-	x≤900
Tipo B	-	y	y≥300
Relación acciones	x	y	x≥y
Beneficio	0,09x	0,05y	F.O.(x,y)= 0,09x+0,05y

Al representar el conjunto de restricciones, la región factible obtenida:



Y los vértices que delimitan la región:

Punto	Coordenada X (X_1)	Coordenada Y (X_2)	Valor de la función objetivo (Z)
O	0	0	0
A	0	1500	75
B	0	300	15
C	1500	0	135
D	900	0	81
E	900	600	111
F	1200	300	123
G	750	750	105
H	900	300	96
I	900	900	126
J	300	300	42

Por tanto, se obtiene el máximo beneficio, 11 € anuales al invertir 900 € en acciones de tipo A y 600 € en acciones de tipo B.

PROBLEMA 5-C

Ejercicio 48 página 101

Cajas pequeñas: x, 100 unidades

Cajas grandes: y, 100 unidades

	Nº cajas	Peso (kg)	Volumen (dm^3)	Precio (€)
Caja pequeña	X	100	30	650
Caja grande	Y	200	40	1000
		Máximo: 10000	Máximo: 2400	¿Máximo?

A partir de los datos del problema se obtienen las siguientes restricciones:

$x \geq 0$, $y \geq 0$

$x \leq 100$, $y \leq 100$

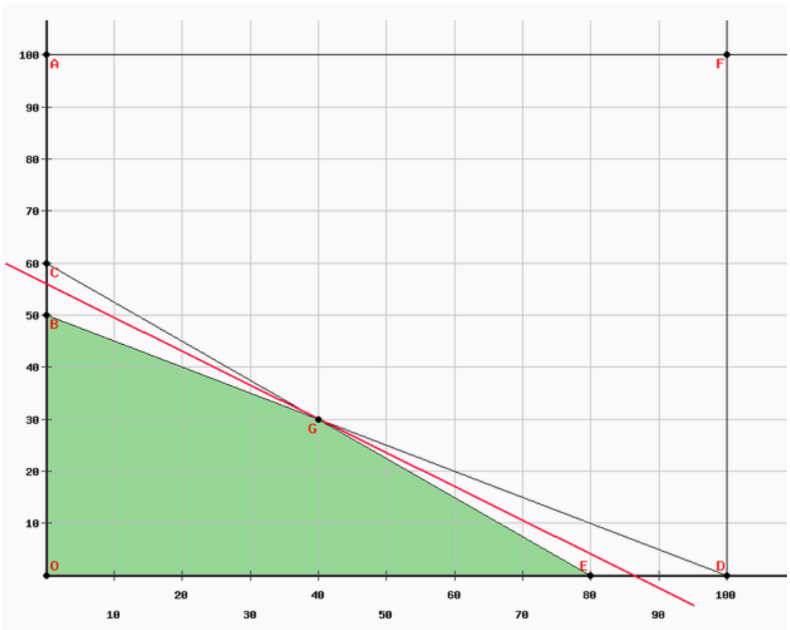
$100x+200y \leq 10000$

$30x+40y \leq 2400$

Y la función objetivo a maximizar viene dada por el precio de cada una de las cajas:

F.O.$(x,y)= 650x+1000y$

Por tanto, al representar el conjunto de restricciones, la región factible:



Y los vértices:

Punto	Coordenada X (X_1)	Coordenada Y (X_2)	Valor de la función objetivo (Z)
O	0	0	0
A	0	100	100000
B	0	50	50000
C	0	60	60000
D	100	0	65000
E	80	0	52000
F	100	100	165000
G	40	30	56000

Para que el valor de las cajas transportadas sea el máximo posible, 56000€, hay que cargar 40 cajas pequeñas y 30 cajas grandes.

5.9. CUESTIONARIOS FINALES

CUESTIONARIO FINAL

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

Nombre:____

Curso:________________________________**Fecha:**_____________________________

Tú opinión sobre la asignatura

1. ¿Ha cambiado tu opinión sobre la asignatura tras estas semanas?

1	2	3	4	5
Nada	Poco	Indiferente	Bastante	Mucho

¿Por qué?

____

____

2. ¿Sigues pensando lo mismo sobre Programación Lineal?

☐ Sí

☐ No

¿Por qué?

____

____

3. ¿Te ha resultado útil el software mostrado en clase para agilizar la resolución de los problemas de Programación Lineal?

☐ Sí

☐ No

☐ Indiferente

4. ¿Crees que has aprendido durante las sesiones de trabajo en grupo?

1	2	3	4	5
Nada	Poco	Indiferente	Bastante	Mucho

¿Por qué?

____

____

5. ¿Has trabajado lo suficiente en casa para superar este tema con éxito?

1	2	3	4	5
Nada	Alguna vez	A veces	Normalmente	Siempre

¿Por qué?

____

6. ¿Te ha resultado difícil seguir las clases de este tema con los conocimientos previos de otros cursos?

1	2	3	4	5
No	Un poco	A veces	Bastante	Sí

¿Por qué?

____
____

7. ¿Por qué has elegido estudiar esta asignatura?

☐ Necesito esta opción para acceder a la carrera universitaria que prefiero, pero no me interesan las matemáticas.

☐ Necesito esta opción para acceder a la carrera universitaria que prefiero y además siempre me han gustado las matemáticas.

☐ Indiferente.

☐ No tenía otra opción.

Comentarios:

____
____

8. ¿Crees que el desarrollo de las clases ha sido correcto?

1	2	3	4	5
No	Alguna vez	A veces	Normalmente	Siempre

¿Por qué?

____
____

9. Las explicaciones de la profesora han sido claras y me han ayudado a entender la materia:

1	2	3	4	5
Nunca	Alguna vez	A veces	Normalmente	Siempre

¿Por qué?

____
____

10. Los materiales propuestos han sido adecuados y me han facilitado el seguimiento de la materia:

☐ Sí

☐ A veces

☐ No

5.10. EXAMEN

Nombre y apellidos:

Fecha:

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II-2º BACHILLERATO

EXAMEN DE PROGRAMACIÓN LINEAL

1. Considera el recinto del plano limitado por las siguientes inecuaciones:

   $y - x \leq 4$ $\quad y + 2x \geq 7$ $\quad -2x - y + 13 \geq 0$ $\quad x \geq 0$ $\quad y \geq 0$

a) Representa el recinto y calcula sus vértices

b) Halla en qué punto del recinto la función $F(x,y) = 4x + 2y - 1$ alcanza el valor máximo

(3 puntos)

2. Una empresa compra 26 locomotoras a tres fábricas (A, B, C): 9 a A, 10 a B y 7 a C. Las locomotoras deben prestar servicio en dos estaciones distintas: 11 de ellas en la estación N y 15 en la S. Los costes de traslado son, por cada una, los que se indican en la tabla (en miles de euros).

	A	**B**	**C**
N	6	15	3
S	4	20	5

   Averigua cómo conviene hacer el reparto para que el coste sea mínimo.

(3 puntos)

3. Una fábrica produce confitura de albaricoque y confitura de ciruela. El doble de la producción de confitura de ciruela excede como máximo 800 unidades a la producción de confitura de albaricoque. También, el triple de la producción de confitura de albaricoque más el doble de la producción de confitura de ciruela, es menor o igual que 2400 unidades.

   Cada unidad de confitura de albaricoque produce un beneficio anual de 6.000€ y cada unidad de confitura de ciruela, 8.000€. ¿Cuántas unidades de cada tipo de confitura se han de producir para obtener un beneficio máximo?

(3 puntos)

NOTA: *Recuerda que el punto restante se obtiene del trabajo realizado en las sesiones de trabajo en grupo cooperativo.*

SOLUCIÓN

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II-2º BACHILLERATO

EXAMEN DE PROGRAMACIÓN LINEAL

1. Considera el recinto del plano limitado por las siguientes inecuaciones:

$$y - x \leq 4 \qquad y + 2x \geq 7 \qquad -2x - y + 13 \geq 0 \qquad x \geq 0 \qquad y \geq 0$$

c) Representa el recinto y calcula sus vértices

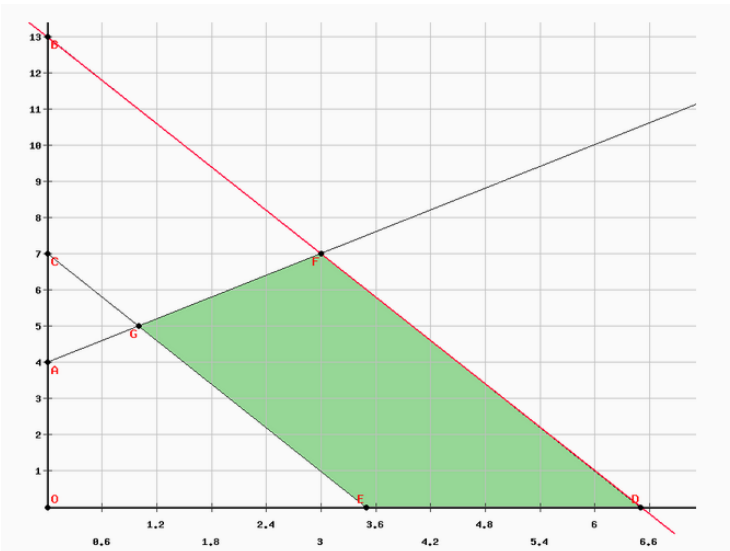
d) Halla en qué punto del recinto la función F(x,y) = 4x + 2y – 1 alcanza el valor máximo

(3 puntos)

a) Para obtener el recinto del plano limitado por el conjunto de inecuaciones, damos valores a cada una de las rectas:

- Recta 1: -x + y = 4, puntos a representar (0,4) y (3,7)
- Recta 2: 2x + y = 7, puntos a representar (0,7) y (7/2,0)
- Recta 3: -2x – y = -13, puntos a representar (0,13) y (13/2,0)

Utilizamos el software Simplex para representar las inecuaciones obteniendo el siguiente recinto:



b) El valor máximo teniendo en cuenta la función F(x,y) = 4x + 2y – 1 se alcanza para:

Punto	Coordenada X (X_1)	Coordenada Y (X_2)	Valor de la función objetivo (Z)
O	0	0	0
A	0	4	8
B	0	13	26
C	0	7	14
D	6.5	0	26
E	3.5	0	14
F	3	7	26
G	1	5	14

Teniendo en cuenta que la función objetivo tiene término independiente, F(x,y) = 4x + 2y – 1, habría que restar 1 al valor de la función objetivo que aparece en la tabla.

Tal y como se puede observar en la tabla no hay un único valor máximo, sino que hay soluciones infinitas que pertenecen al segmento que une los puntos D y F.

2. Una empresa compra 26 locomotoras a tres fábricas (A, B, C): 9 a A, 10 a B y 7 a C. Las locomotoras deben prestar servicio en dos estaciones distintas: 11 de ellas en la estación N y 15 en la S. Los costes de traslado son, por cada una, los que se indican en la tabla (en miles de euros).

	A	**B**	**C**
N	**6**	**15**	**3**
S	**4**	**20**	**5**

Averigua cómo conviene hacer el reparto para que el coste sea mínimo.

(3 puntos)

A partir de los datos del enunciado se obtiene:

x= locomotoras de N para A
y= locomotoras de N para B

	A	**B**	**C**	**Total**
N	x	y	11-x-y	11
S	9-x	10-y	x+y-4	15
	9	10	7	26

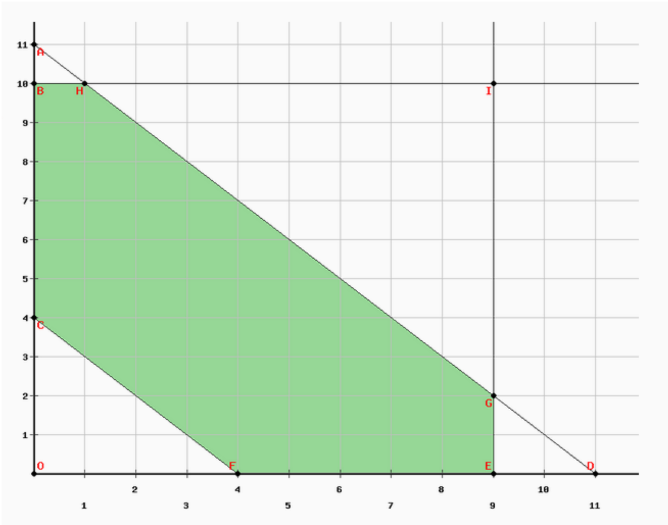
A partir de los datos de la tabla se obtiene el siguiente conjunto de restricciones:

$$x \geq 0,\ y \geq 0$$
$$x + y \leq 11$$
$$x \leq 9$$
$$y \leq 10$$
$$x + y \geq 4$$

Con los datos que proporciona el enunciado de los costes por traslado y teniendo en cuenta el reparto de cada estación a las diferentes fábricas, se obtiene la función objetivo a minimizar:

$$F.O.(x,y) = 6x + 15y + 3(11-x-y) + 4(9-x) + 20(10-y) + 5(x+y-4) = 4x - 3y + 249$$

A continuación se representa el conjunto de restricciones y se obtiene la siguiente región factible:



A partir de los vértices que delimitan la región factible se obtiene el punto en el cual la función objetivo es mínima:

Punto	Coordenada X (X_1)	Coordenada Y (X_2)	Valor de la función objetivo (Z)
O	0	0	0
A	0	11	-33
B	0	10	-30
C	0	4	-12
D	11	0	44
E	9	0	36
F	4	0	16
G	9	2	30
H	1	10	-26
I	9	10	6

Pero hay que tener en cuenta que nuestra función objetivo tiene término independiente, por tanto habría que sumar 249 al valor de la función objetivo proporcionado en la tabla para obtener el coste mínimo en miles de euros, que en este caso sería de 219 miles de euros que se obtendrían al no repartir ninguna locomotora desde N a A y 10 de N a B, quedando el resto del reparto de la siguiente manera:

	A	B	C	Total
N	0	10	1	11
S	9	0	6	15
	9	10	7	26

3. Una fábrica produce confitura de albaricoque y confitura de ciruela. El doble de la producción de confitura de ciruela excede como máximo 800 unidades a la producción de confitura de albaricoque. También, el triple de la producción de confitura de albaricoque más el doble de la producción de confitura de ciruela, es menor o igual que 2400 unidades.

Cada unidad de confitura de albaricoque produce un beneficio anual de 6.000€ y cada unidad de confitura de ciruela, 8.000€. ¿Cuántas unidades de cada tipo de confitura se han de producir para obtener un beneficio máximo?

(3 puntos)

x= número de unidades de confitura de albaricoque
y= número de unidades de confitura de ciruela

A partir del enunciado se obtienen las siguientes restricciones:

- El doble de la producción de confitura de ciruela excede como máximo 800 unidades a la producción de confitura de albaricoque:

$$2y \leq x + 800$$

- El triple de la producción de confitura de albaricoque más el doble de la producción de confitura de ciruela, es menor o igual que 2400 unidades:

$$3x + 2y \leq 2400$$

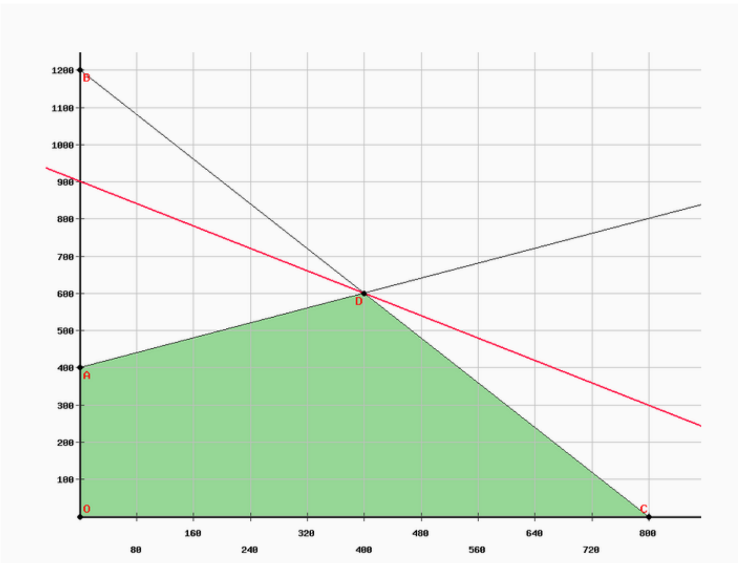
- Cómo x e y tienen que ser positivos:

$$x \geq 0 \qquad y \geq 0$$

La función objetivo a maximizar se obtiene a partir del beneficio obtenido por cada producto.

$$F.O.(x,y) = 6.000x + 8.000y$$

Al representar el conjunto de restricciones se obtiene la siguiente región factible:



Obteniendo la intersección de las rectas se obtienen los vértices que delimitan la región factible y el valor de la función objetivo en cada uno:

Punto	Coordenada X (X_1)	Coordenada Y (X_2)	Valor de la función objetivo (Z)
O	0	0	0
A	0	400	3200000
B	0	1200	9600000
C	800	0	4800000
D	400	600	7200000

El beneficio máximo es de 720.000€ al vender 400 unidades de confitura de albaricoque y 600 de ciruela.

5.11. RÚBRICA CRITERIOS CORRECCIÓN EXAMEN

PREGUNTA	CRITERIOS DE CORRECCIÓN	PUNTUACIÓN
1	Representar correctamente el recinto	1
	Calcular los vértices:	1
	– *Por cada punto directo*	*0,1 x 2 = 0,2*
	– *Por resolver sistema*	*0,4 x2 = 0,8*
	Obtener el máximo de la función objetivo	1
2	Planteamiento y obtener función objetivo	1,5
	– *Tabla*	*0,5*
	– *Restricciones*	*0,125 x 4 = 0,5*
	– *Función objetivo*	*0,5*
	Representar región factible y cálculo de vértices	1
	– *Región factible*	*0,5*
	– *Vértices por punto directo*	*0,05 x 2 = 0,2*
	– *Vértices por resolución de sistema*	*0,15 x 2 = 0,3*
	Solución correcta:	0,5
	– *Tabla*	*0,25*
	– *Razonar solución*	*0,25*
3	Planteamiento y obtener función objetivo	2
	– *Restricciones*	*0,75 x 2 = 1,5*
	– *Función objetivo*	*0,5*
	Representar región factible y cálculo de vértices	0,5
	– *Región factible*	*0,25*
	– *Vértices*	*0,25*
	Solución correcta y razonada	0,5